מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ג, 2023
מספר השאלון: **035582**
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: شتاء 2023
رقم النّموذج: **035582**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון: גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני: גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –
$3\frac{1}{3}\times 3 = 100$ נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الثّاني

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: ساعتان وربع.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج فصلان، فيهما خمسة أسئلة.
الفصل الأوّل: الهندسة التّحليليّة، المتّجهات، حساب المثلّثات في الفراغ، الأعداد المركّبة
الفصل الثّاني: التّزايد والتّضاؤل، دوالّ القوى، الدّوالّ الأسّيّة واللّوغريثميّة
يجب الإجابة عن ثلاثة أسئلة حسب اختياركم، على الأقلّ سؤال واحد من كلّ فصل –
$3\frac{1}{3}\times 3 = 100$ درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لكم النّجاح!**

الأسئلة

انتبهوا: يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

أجيبوا عن ثلاثة من الأسئلة 1-5، على الأقلّ سؤال واحد من كلّ فصل (لكلّ سؤال – $33\frac{1}{3}$ درجة).
انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من ثلاثة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الثلاث الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأوّل: الهندسة التحليليّة، المتّجهات، حساب المثلّثات في الفراغ، الأعداد المركّبة

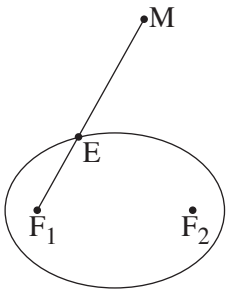
1. معطى قطع ناقص معادلته $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ، b هو پارامتر موجب.

معلوم أنّ بؤرتَي القطع الناقص تقعان على المحور x.

نرمز إلى نقطتَي تقاطع القطع الناقص مع المحور y بِـ D_1 وَ D_2 ، ونرمز إلى البؤرة اليسرى للقطع الناقص بِـ F_1 ، ونرمز إلى بؤرته اليمنى بِـ F_2.
معطى أنّ الشكل الرباعيّ $F_1D_1F_2D_2$ هو مربّع.

أ. **(1)** جدوا قيمة b.

(2) احسبوا مساحة المربّع $F_1D_1F_2D_2$.



عوِّضوا $b^2=4.5$ في معادلة القطع الناقص، وأجيبوا عن البنود "ب – د".
النقطة E هي نقطة ما على محيط القطع الناقص.
يوصلون البؤرة اليسرى F_1 مع النقطة E، بواسطة خطّ مستقيم،
ويمدّون الخطّ المستقيم حتّى النقطة M (انظروا الرسم)، بحيث يتحقّق $EM=EF_2$.

ب. برهِنوا أنّ المحلّ الهندسيّ لجميع النقاط M هو دائرة، واكتبوا معادلتها.

يحرّكون الدائرة التي وجدتموها في البند "ب" إلى اليمين بِـ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ وحدة، وتَنتُج دائرة أخرى.
يضربون الإحداثيّ y لكلّ واحدة من النقاط التي على محيط الدائرة الأخرى في $\frac{2}{3}$ ، ويَنتُج منحنًى جديد.

جـ. حدِّدوا ما هو شكل المنحنى الجديد، وَجِدوا معادلته.

معطى مثلّث اثنان من رؤوسه هما نقطتا تقاطع المنحنى الجديد مع المحور x، والرأس الإضافيّ يقع هو أيضًا على المنحنى الجديد.

د. جدوا أكبر مساحة ممكنة للمثلّث. علِّلوا إجابتكم.

/يتبع في صفحة 3/

2. معطى المستويان، π_1 وَ π_2 :

$$\pi_1: \ (k+2)x+y+(k+1)z+11=0$$

$$\pi_2: \ (k+1)x+y+z-5=0$$

k هو پارامتر.

أ. فسِّروا لماذا يتقاطع المستويان بالضرورة مع بعضهما.

معلوم أنّ مستقيم التقاطع ℓ_1 بين المستويين يوازي المستقيم $\ell_2: \ \underline{x}=(1,2,-1)+m(-1,k,k)$.

ب. (1) جدوا قيمة k .

(2) جدوا تمثيلًا پارامتريًّا للمستقيم ℓ_1 .

(3) جدوا الزاوية بين المستويين π_1 وَ π_2 .

النقطة P تقع على المستقيم ℓ_1 وعلى المستوى [yz] .

النقطتان A وَ B هما نقطتا تقاطع المحور y مع المستويين π_1 وَ π_2 بالتلاؤم.

جـ. (1) جدوا إحداثيّات النقاط P وَ A وَ B .

(2) جدوا مساحة المثلّث APB .

3. معطاة المعادلة I : $w^6=-27$ ، w هو عدد مركّب.

أ. حلُّوا المعادلة I .

معطاة المعادلة II : $\left(z+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6=-27$ ، z هو عدد مركّب.

ب. (1) استعينوا بحلول المعادلة I ، واكتبوا حلول المعادلة II بتمثيل جبريّ.

(2) فسِّروا لماذا النقاط في مستوى چاوس التي تمثّل حلول المعادلة II ، تقع على محيط دائرة، وَجِدوا معادلتها.

(3) برهِنوا أنّ جميع حلول المعادلة II تمثّل رؤوس شكل سداسيّ منتظم في مستوى چاوس.

معطى أنّ: الحلّين الخياليّين (الوهميّين) والحلّين الحقيقيّين للمعادلة II تمثّل رؤوس شكل رباعيّ في مستوى چاوس.

جـ. (1) ما هو نوع الشكل الرباعيّ الذي نتج؟ علِّلوا إجابتكم.

(2) جدوا النسبة بين مساحة الشكل السداسيّ وبين مساحة الشكل الرباعيّ.

/يتبع في صفحة 4/

الفصل الثاني: التزايد والتضاؤل، دوالّ القوى، الدوالّ الأسّيّة واللوغريثميّة

4. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{2e^{2x}}{e^{2x}-5e^{x}+4}$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

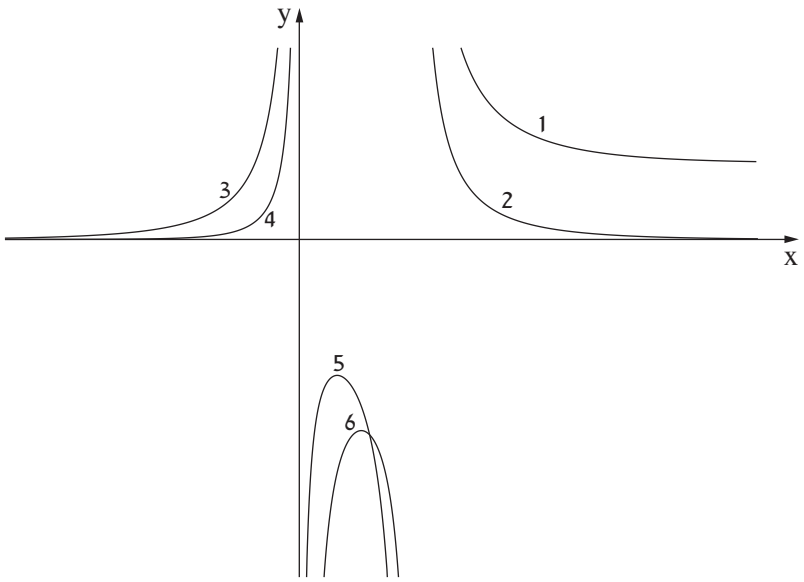
(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

(3) جدوا مجالات تصاعد ومجالات تنازل الدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّة $g(x)=\frac{5e^{x}}{e^{2x}-5e^{x}+4}$ المعرَّفة في نفس مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. جدوا إحداثيّات نقطة التقاطع بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$.

أمامكم الرسمان البيانيّان للدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$. أُشير إلى كلّ واحد من أجزاء الرسمين البيانيّين برقم مختلف.



جـ. اكتبوا إلى أيّة دالّة يتبع كلّ واحد من الأجزاء المُشار إليها في الرسم. علِّلوا إجابتكم.

د. أمامكم تعبيران، I–II . حدِّدوا بالنسبة لكلّ واحد من التعبيرين إذا كان سالبًا أم موجبًا. علِّلوا بدون حساب.

$$\textbf{I.}\ \int_{-4}^{-1}(f(x)-g(x))\,dx \qquad\qquad \textbf{II.}\ \int_{\ell n\frac{8}{5}}^{\ell n2}(f(x)-g(x))\,dx$$

هـ. احسبوا مقدار المساحة المحصورة بين الرسمين البيانيّين للدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$ والمستقيمين $x=\ell n9$ وَ $x=\ell n16$.

5. معطاة الدالّة $f(x) = 4x(\ell n(x^2) - 1)$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x .

(3) برهِنوا أنّ الدالّة $f(x)$ هي فرديّة.

ب. **(1)** جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

(2) هل توجد للدالّة $f(x)$ نقاط التواء؟ علِّلوا إجابتكم.

(3) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّة $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

جـ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $g(x)$.

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $g(x)$.

(3) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$.

(4) ما هو عدد النقاط التي يتقاطع فيها الرسمان البيانيّان لِـ $f(x)$ وَ $g(x)$ ؟ علِّلوا إجابتكم.

د. اكتبوا مثالًا لدالّة أصليّة (פונקציית קדומה) لِـ $g(x)$.

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.