**מדינת ישראל**
**משרד החינוך**

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ג, 2023
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
**תרגום לערבית (2)**

# מתמטיקה

## 5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

### הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם —
20×5 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**دولة إسرائيل**
**وزارة التّربية والتّعليم**

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: شتاء 2023
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
**ترجمة إلى العربيّة (2)**

# الرياضيّات

## 5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

### تعليمات

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن خمسة أسئلة حسب اختياركم –
20×5 = 100 درجة.

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

**الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.**

**ב ה צ ל ח ה!** **نتمنّى لكم النّجاح!**

# الأسئلة

**انتبهوا: يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.**
**عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.**

أجيبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8 (لكلّ سؤال – 20 درجة).
**انتبهوا:** إذا أجبتم عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفتركم.

## الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

**1.** توجد على طول ضفّة نهر ثلاث محطّات: المحطّة A، والمحطّة B، والمحطّة C التي تقع في نقطة معيّنة بين المحطّة A والمحطّة B.

يجري النهر من اتّجاه المحطّة A باتّجاه المحطّة B بسرعة ثابتة.

قاربان؛ القارب I والقارب II، خَرَجا في الساعة 9:30 من النقطة C وَأَبْحَرا باتّجاهين متعاكسين:

القارب I أبحر (بعكس اتّجاه التيّار) إلى المحطّة A، والقارب II أبحر (مع اتّجاه التيّار) إلى المحطّة B.

فورًا بعد أن وصل كلّ واحد من القاربين إلى المحطّة الملائمة، استدار وأبحر إلى الاتّجاه المعاكس.

معطى أنّ سرعة كلّ واحد من القاربين في المياه الساكنة هي ثابتة.

سرعة القارب I عندما أبحر مع اتّجاه التيّار كانت ضِعْف سرعته عندما أبحر بعكس اتّجاه التيّار.

سرعة القارب II عندما أبحر مع اتّجاه التيّار كانت 6.5 أضعاف سرعة **القارب I** عندما أبحر بعكس اتّجاه التيّار.

نرمز بِـ x إلى سرعة التيّار في النهر.

**أ.** عبِّروا بدلالة x عن سرعة القارب I في المياه الساكنة وعن سرعة القارب II في المياه الساكنة.

وصل القارب I إلى المحطّة A بعد ساعتين من لحظة خروجه إلى الطريق، وفورًا استدار وأبحر إلى اتّجاه المحطّة B.

وصل القارب II إلى المحطّة B بعد 7 ساعات من لحظة خروجه إلى الطريق، وفورًا استدار وأبحر إلى اتّجاه المحطّة A.

**ب. (1)** في أيّة ساعة التقى القاربان؟

**(2)** هل التقى القاربان بين المحطّة A والمحطّة C أم بين المحطّة B والمحطّة C؟ علِّلوا إجابتكم.

التقى القاربان في بُعد 90 كم من المحطّة C.

**جـ.** ما هي سرعة التيّار في النهر؟

/ يتبع في صفحة 3 /

**2.** معطاة متوالية هندسيّة لانهائيّة A ، حَدُّها العامّ هو $a_n$ وأساسها هو $q$ .
يبنون متوالية جديدة B ، حَدُّها العامّ هو $b_n = a_n \cdot q^{n-1}$ .

**أ.** برهِنوا أنّ المتوالية B أيضًا هي متوالية هندسيّة.

**ب.** بالنسبة لكلّ واحد من القولين (1)–(2) اللذين أمامكم، حدِّدوا إذا كان صحيحًا أم غير صحيح، وعلِّلوا تحديدكم.

**(1)** إذا كانت المتوالية A ليست متقاربة – فإنّ المتوالية B بالضرورة ليست متقاربة أيضًا.

**(2)** إذا كانت المتوالية A تنازليّة – فهي بالضرورة متقاربة أيضًا.

معطى أنّ المتواليتين متقاربتان، وأنّ النسبة بين مجموع كلّ حدود المتوالية B وبين مجموع كلّ حدود المتوالية A هي $\frac{4}{7}$ .

**جـ.** جدوا $q$ .

معطى أنّ: $n$ هو عدد طبيعيّ يُحقِّق $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \frac{b_3}{a_3} + ... + \frac{b_n}{a_n} = \frac{3367}{1024}$ .

**د.** جدوا $n$ .

**3.** في دكّان فواكه، توجد صناديق فيها ثمار فواكه.
في الصندوق "أ" يوجد $a$ ثمار: 6 تفّاحات والباقي إجّاص.
في الصندوق "ب" يوجد $b$ ثمار: 11 تفّاحة والباقي إجّاص.
يُخرجون بشكل عشوائيّ ثمرة واحدة من الصندوق "أ" . إذا أُخرِجت تفّاحة – ينقلونها إلى الصندوق "ب"، وإذا أُخرِجت إجّاصة – يعيدونها إلى الصندوق "أ" . بعد ذلك يُخرجون بشكل عشوائيّ ثمرة واحدة من الصندوق "ب" .

**أ.** عبِّروا بدلالة $a$ وَ $b$ عن الاحتمال بأنّه أُخرِجت تفّاحتان.

معطى أنّ: الاحتمال بأن تُخرَج بالطريقة الموصوفة تفّاحتان هو $\frac{9}{65}$ .

الاحتمال بأن تُخرَج بالطريقة الموصوفة تفّاحة واحدة وبعد ذلك إجّاصة واحدة هو $\frac{21}{130}$ .

**ب.** جدوا $a$ وَ $b$ .

**جـ.** احسبوا الاحتمال بأن تُخرَج إجّاصة من الصندوق "ب"، إذا عُلِمَ أنّه أُخرِجت تفّاحة من الصندوق "أ" .

ينقلون جميع الثمار من الصندوقين إلى صندوق آخر كان فارغًا، ويُخرجون منه بشكل عشوائيّ ثمرة 6 مرّات، مع إعادة.

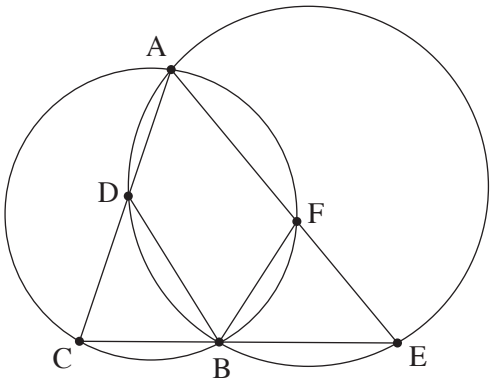
**د.** جدوا الاحتمال بأن تُخرَج تفّاحة في 4 من المرّات بالضبط أو بأن تُخرَج إجّاصة في جميع المرّات الـ 6.

**هـ.** معلوم أنّه في 4 من المرّات بالضبط أُخرِجت تفّاحة. جدوا الاحتمال بأن تكون التفّاحات قد أُخرِجت على التوالي، الواحدة بعد الأخرى.

/ يتبع في صفحة 4 /

## الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

**4.** دائرتان تتقاطعان في النقطتين A وَ B (انظروا الرسم).
الوتر AC في الدائرة اليسرى يقطع الدائرة اليمنى في النقطة D.
الوتر AE في الدائرة اليمنى يقطع الدائرة اليسرى في النقطة F.
القطعة CE تمرّ عبر النقطة B.




**أ.** برهِنوا أنّ $\Delta ACE \sim \Delta BCD$.

معطى أنّ: $DC = FE$.

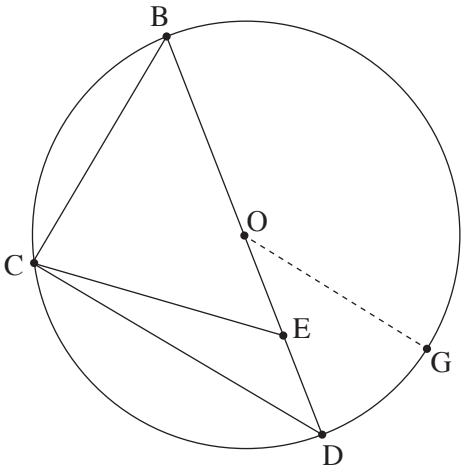
**ب.** برهِنوا أنّ $\Delta BFE \cong \Delta BCD$.

**جـ.** **(1)** برهِنوا أنّ $AC \cdot BE = AE \cdot BC$.

**(2)** برهِنوا أنّ AB هو منصّف الزاوية CAE.

**د.** برهِنوا أنّ $\sphericalangle DEC = \sphericalangle FCE$.

**5.** المثلّث BCD محصور في دائرة مركزها في النقطة O ونصف قطرها R.
النقطتان O وَ E تقعان على الضلع BD بحيث يتحقّق $OE = ED$
(انظروا الرسم).




نرمز: $CD = k$ ، $\sphericalangle CDB = \alpha$.

**أ.** عبِّروا عن $\cos\alpha$ بدلالة k وَ R.

**ب.** برهِنوا أنّ $CE = \frac{1}{2}\sqrt{2k^2 + R^2}$.

معطى أنّ: $BC = EC$.

**جـ.** احسبوا $\alpha$.

يمرّرون نصف قطر OG يوازي الضلع CD، كما هو موصوف في الرسم.

**د.** احسبوا مقدار الزاوية OEG.

/ يتبع في صفحة 5 /

## الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

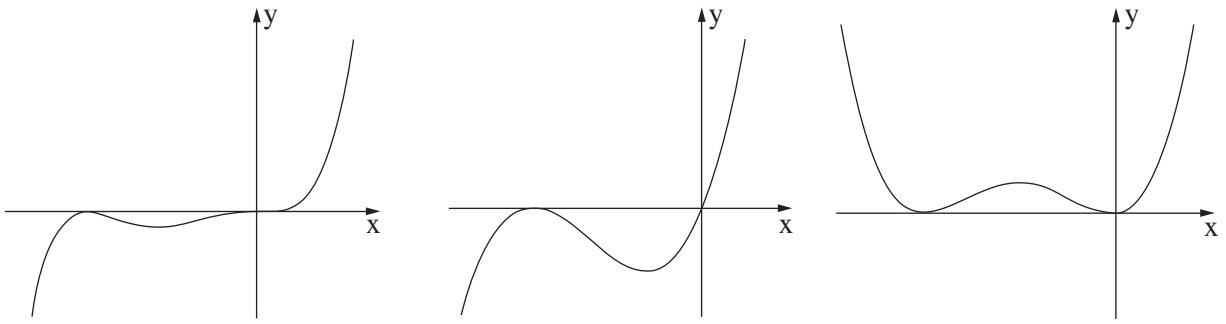
**6.** معطاة الدالّة $f(x)=x^n\cdot(x+1)^2$ ، $n>1$ هو عدد طبيعيّ. الدالّة $f(x)$ معرَّفة لكلّ $x$.

**أ.** جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

**ب.** جدوا مجالات موجبيّة ومجالات سالبيّة الدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات). ميِّزوا بين $n$ زوجيّ وبين $n$ فرديّ.

**جـ.** جدوا الإحداثيّات $x$ للنقاط القصوى للدالّة $f(x)$، وحدِّدوا نوع هذه النقاط. عبِّروا عن إجاباتكم بدلالة $n$، إذا دعت الحاجة. ميِّزوا بين $n$ زوجيّ وبين $n$ فرديّ.

أمامكم ثلاثة رسوم بيانيّة I–III. أحد الرسوم البيانيّة يصف الدالّة $f(x)$ بالنسبة لِـ $n$ زوجيّ، وأحدها يصف الدالّة $f(x)$ بالنسبة لِـ $n>1$ وفرديّ.




**III** **II** **I**

**د.** حدِّدوا أيّ رسم بيانيّ يصف الدالّة $f(x)$ بالنسبة لِـ $n$ زوجيّ، وأيّ رسم بيانيّ يصف الدالّة $f(x)$ بالنسبة لِـ $n>1$ وفرديّ. علِّلوا تحديديكم.

معطاة الدالّة $g(x)=k\cdot f(x-6)$ ، $k$ هو پارامتر موجب.

نرمز بِـ $A$ إلى المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والمحور $x$.

**هـ.** عبِّروا بدلالة $k$ وَ $A$ عن المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمحور $x$. علِّلوا إجابتكم.

/ يتبع في صفحة 6 /

**7.** معطاة الدالّة $f(x)=\frac{4\sin(x)}{\cos^2(x)-1}$ في المجال $-2\pi \le x \le 2\pi$.

**أ.** **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

**(2)** جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحور x ، للدالّة $f(x)$.

**(3)** هل الدالّة $f(x)$ زوجيّة أم فرديّة أم ليست زوجيّة وليست فرديّة؟ برهِنوا إجابتكم.

**ب.** أجيبوا عن البندين الفرعيّين (1)–(2) اللذين أمامكم بالنسبة للمجال $0 \le x \le 2\pi$.

**(1)** جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين (إذا وُجدت مثل هذه النقاط).

**(2)** جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

**جـ.** ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$ (في المجال $-2\pi \le x \le 2\pi$).

**د.** برهِنوا أنّه لا يوجد نقاط التواء للدالّة $f(x)$.

**هـ.** احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ والمحور x ، في المجال $1.9 \le x \le 2.2$.

**8.** أمامكم ثلاث دوالّ، توجد لكلّ واحدة منها قيمتان لِـ x لا تكون الدالّة معرَّفة فيهما.

$$g(x)=\frac{x^3-1}{x^2(x+2)} \quad , \quad h(x)=\frac{x^2-1}{(x+1)(x+2)} \quad , \quad k(x)=\frac{x^3}{x(x+2)}$$

معلوم أنّه يوجد لإحدى الدوالّ الثلاث خطّ تقارب أفقيّ واحد وخطّ تقارب عموديّ واحد فقط.

**أ.** من بين الدوالّ الثلاث المعطاة، حدِّدوا أيّة دالّة تحقّق جميع هذه الصفات. علِّلوا تحديدكم.

أجيبوا عن البنود "ب – د" بالنسبة للدالّة التي حدّدتموها في البند "أ".

**ب.** **(1)** جدوا معادلة خطّ التقارب الأفقيّ ومعادلة خطّ التقارب العموديّ للدالّة.

**(2)** جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحورين.

معطى أنّه لا توجد لهذه الدالّة نقاط قصوى.

**جـ.** ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة.

نشير إلى النقطة D على الرسم البيانيّ للدالّة، التي بالنسبة لها $x=t$ ، $-1<t<1$.

نمرّر من النقطة D مستقيمين، أحدهما يعامد المحور x ، والآخر يعامد خطّ التقارب العموديّ للدالّة، بحيث يَنتُج مستطيل بواسطة المستقيمين وخطّ التقارب العموديّ والمحور x .

**د.** جدوا قيمة t التي بالنسبة لها يكون محيط المستطيل الناتج أصغر ما يمكن. بإمكانكم إبقاء جذر في إجابتكم.

**בהצלחה!**
**نتمنّى لكم النّجاح!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.