حل نموذج بجروت

(802)-381

موعد شتاء 2023

طاقم الرياضيات

معهد IQ
www.IQsmart.co.il

مُلاحظة:

في هذا الموعد كان 3 صِيّغ (גרסאות) مُختلفة للامتحان والحل المعروض هو لإحدى هذه الصيّغ- الصيغة مُرفقة في الموقع.

מתמטיקה, חורף תשפ"ג, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2023، رقم 035381 + ملحق

الأسئلة

في هذا النموذج ستّة أسئلة. لإجابة كاملة عن سؤال تحصلون على 25 درجة. يُسمح لكم الإجابة بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاؤون، لكن مجموع الدرجات التي تستطيعون تجميعها في هذا النموذج لن يزيد عن 100.

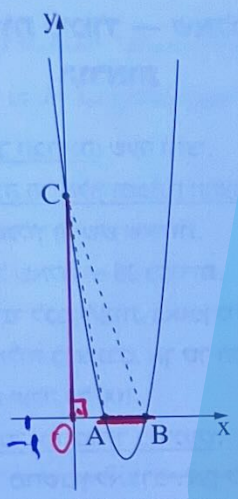
اكتبوا جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.

انتبهوا: يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.

عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الجبر

1. معطى القطع المكافئ $y = x^2 - 10x + 21$.



A وَ B هما نقطتا تقاطع القطع المكافئ مع المحور x ، كما هو موصوف في الرسم الذي أمامكم.

C هي نقطة تقاطع القطع المكافئ مع المحور y .

أ. جدوا إحداثيّات النقاط A وَ B وَ C .

ب. جدوا مساحة المثلّث ABC .

جـ. جدوا مجال سالبيّة القطع المكافئ.

د. هل النقطة $(-1, 32)$ تقع على القطع المكافئ؟ علّلوا.

أ. C هي التقاطع مع y لذلك نعوض $x=0$.

$y = 0^2 - 10 \cdot 0 + 21 \Rightarrow y = 21$ $\boxed{C(0,21)}$

A, B هي نقاط التقاطع مع x.

$0 = x^2 - 10x + 21$

حصلنا على معادلة تربيعية. نستخدم الصيغة.

$a=1 \quad b=-10 \quad c=21$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 21}}{2 \cdot 1}$

$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100-84}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{10 \pm 4}{2}$

$x_1 = \frac{10-4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow \boxed{A(3,0)}$

$x_2 = \frac{10+4}{2} = \frac{14}{2} = 7 \Rightarrow \boxed{B:(7,0)}$

/يتبع في صفحة 5/

ب. في المثلث ABC القاعدة هي AB والارتفاع هو OC (يقع خارج المثلث)

$S=\frac{AB\cdot OC}{2}$ ←

$OC=21$ $\quad AB=x_B-x_A=7-3=4$

$S=\frac{4\cdot 21}{2}=42$

إذا مساحة المثلث ABC هي 42

ج. مجال السالبية للقطع المكافئ هو $3<x<7$

د. بما أن $x=-1$ يقع خارج المجال الذي فيه الدالة سالبة (يقع في المجال الموجب للدالة) لذلك الإحداثي y للنقطة التي فيها $x=-1$ هو موجب.

نعوض في المعادلة $x=-1$

$y(-1)=(-1)^2-10(-1)+21=1+10+21=32$

إذًا $y(-1)=32$ والنقطة $(-1,32)$ تقع على القطع المكافئ.

www.10smath.co.il

מתמטיקה, חורף תשפ"ג, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2023، رقم 035381 + ملحق

2. دَرَسَ تامر وشادي 288 كلمة جديدة لامتحان في اللغة الإنجليزيّة.
بدأ كلاهما الدراسة لهذا الامتحان في نفس اليوم.
دَرَسَ تامر في اليوم الأوّل 16 كلمة، وبعد ذلك دَرَسَ في كلّ يوم 4 كلمات أكثر من اليوم الذي قبله.

أ. كم كلمة دَرَسَ تامر في اليوم الرابع؟

ب. بعد كم يوم أنهى تامر دراسة جميع الكلمات للامتحان؟

دَرَسَ شادي في كلّ يوم 32 كلمة.

ج. هل أنهى كلاهما دراسة جميع الكلمات للامتحان في نفس اليوم؟ علّلوا.

أ. طريقة دراسة تامر عبارة عن متوالية حسابية, حدها الأول 16 وفرقها 4.

$\underset{\text{الأول}}{16} \xrightarrow{+4} \underset{\text{الثاني}}{20} \xrightarrow{+4} \underset{\text{الثالث}}{24} \xrightarrow{+4} \underset{\text{الرابع}}{28}$

اذاً تامر درس 28 كلمة في اليوم الرابع.

ب. نستعمل قانون مجموع الحدود لمتوالية حسابية

$S_n = \frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d] \Rightarrow 288 = \frac{n}{2}[2\cdot 16+(n-1)\cdot 4]$

$\Rightarrow 288 = \frac{n}{2}[32+4n-4] \Rightarrow 288 = \frac{n}{2}[28+4n]$

$\Rightarrow 288 = 14n+2n^2 \Rightarrow 2n^2+14n-288=0$

نقسم المعادلة التربيعية الناتجة على 2:

$n^2+7n-144=0$

نجد n بحسب الدستور: $a=1 \quad b=7 \quad c=-144$

$n_{1,2} = \frac{-7\mp\sqrt{7^2+4\cdot 1\cdot(144)}}{2\cdot 1} = \frac{-7\mp\sqrt{49+576}}{2}$

$n_{1,2} = \frac{-7\mp\sqrt{625}}{2} = \frac{-7\mp 25}{2}$

بما ان n عدد حدود المتوالية (الأيام) فهو موجب لذلك نأخذ:

$n = \frac{-7+25}{2} = \frac{18}{2} = \boxed{9}$

اي ان تامر انهى حفظ الكلمات في اليوم الـ 9

/يتبع في صفحة 7/

(أ) شادي درس كل يوم 32 كلمة
تقصي صل بعد 9 أيام درس 288 كلمة .
خلال 9 أيام درس شادي

$S = 9 \cdot 32 = 288$

أي أن شادي انهى دراسة
كل الكلمات في اليوم التاسع تماماً مثل تامر.

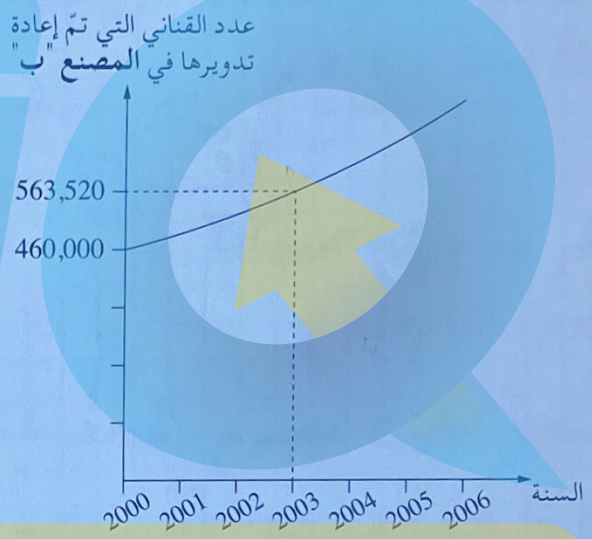
IQ
www.IQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 8/

3. يقومون في **المصنع** "أ" بإعادة تدوير القناني.
عدد القناني التي يتمّ إعادة تدويرها في المصنع "أ" يزداد في كلّ سنة بـ 4% .
في سنة 2000 قاموا في المصنع "أ" بإعادة تدوير 450,000 قنّينة.

أ. كم قنّينة قاموا بإعادة تدويرها في المصنع "أ" في سنة 2006؟

في **المصنع** "ب" أيضًا يقومون بإعادة تدوير القناني.
عدد القناني التي يتمّ إعادة تدويرها في المصنع "ب" يزداد بنسبة مئويّة ثابتة في كلّ سنة.
أمامكم رسم بيانيّ يصف عدد القناني التي قاموا بإعادة تدويرها في المصنع "ب"، حسب السنوات.
استعينوا بالرسم البيانيّ، وأجيبوا عن البنود "ب – د" التي تليه.



www.IQsmart.co.il

ب. (1) كم قنّينة قاموا بإعادة تدويرها في المصنع "ب" في سنة 2000؟
(2) كم قنّينة قاموا بإعادة تدويرها في المصنع "ب" في سنة 2003؟

جـ. ما هي النسبة المئويّة التي يزداد بها عدد القناني التي يتمّ إعادة تدويرها في المصنع "ب" في كلّ سنة؟

في مطلع سنة 2006 أعلنت وزارة حماية البيئة أنّ المصنع الذي يقوم بإعادة تدوير أكثر من 600,000 قنّينة في نفس السنة، سيحصل على منحة.

د. بالنسبة لكلّ واحد من المصنعين "أ" وَ "ب"، حدِّدوا إذا كان سيحصل على المنحة. علِّلوا.

P- بعب المطيات:

تدوير القناني في المصنع (A) يتم بنمط أسي
للنمو

$M(t) = M_0 \cdot q^t$

عدد القنابي الأولي (في سنة 2000) $M_0 = 460000$

الزيادة السنوية :- $pY. = 4Y.$

$qY. = 100Y. + pY. = 100Y. + 4Y. = 104Y.$

$q = 104Y. = \frac{104}{100} = 1.04 \Rightarrow \boxed{q = 1.04}$

إذاً : $M(t) = 460000 (1.04)^t$

في سنة 2006 : $t = 6$

$M(6) = 460,000 (1.04)^6 =$

$\boxed{M(6) = 569,394}$ حمامة

ب. بحسب الرسم البياني للصنف (د):

$K_0 = 460000$ سنة 2000 $\quad$ $K_3 = 563520$ (2003) (ب 2.0)

$\frac{K_3}{K_0} = q^3 \Rightarrow \frac{563520}{460000} = q^3 \Rightarrow 1.225 = q^3$ (ب 2.0)

$q = \sqrt[3]{1.225} = 1.07$

$p = q - 1 \Rightarrow p = 1.07 - 1 = 0.07$

$\boxed{p = 0.07} \Rightarrow \boxed{pY. = 7Y.}$ النسبة المئوية للزيادة في التدوير

(ج) الصنف (أ) لم يتدوير عدد أقل من 460,000 (569,394) لذلك لن يحصل على منحة. بالنسبة للصنف (د):-

$K(6) = 460000 \cdot (1.07)^6 = 690335$

أي أن الصنف (ب) سيحصل على المنحة

الإجمال: صنف (أ) لا يحصل
صنف (د) يحصل

/ يتبع في صفحة 10 /

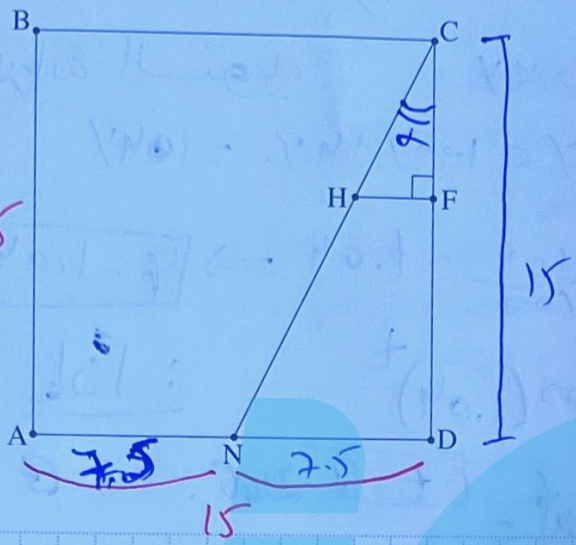
www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, חורף תשפ"ג, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2023، رقم 035381 + ملحق

حساب المثلّثات

4. الرسم الذي أمامكم يصف المربّع ABCD .
النقطة N هي منتصف الضلع AD .
معطى أنّ: طول ضلع المربّع هو 15 .

أ. احسبوا مقدار الزاوية NCD .



النقطة F تقع على الضلع CD .
النقطة H تقع على الضلع CN .
القطعة HF تعامد الضلع CD (انظروا الرسم).
معطى أنّ: $CF = 6$.

ب. جدوا طول القطعة CH .

ج. جدوا طول القطعة NH .

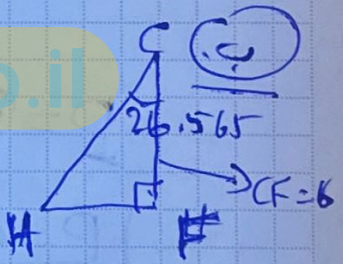
(أ) $ND = \frac{AD}{2} \Rightarrow ND = \frac{15}{2} = 7.5$ // $\angle NCD = \alpha$

في المثلث NCD :

$\tan \angle NCD = \frac{7.5}{15} \Rightarrow \tan \angle NCD = 0.5$

$\boxed{\angle NCD = 26.565}$

(ب)



$\cos 26.565 = \frac{CF}{CH} = \frac{6}{CH}$ (0.8944)

$0.8944 \cdot CH = 6 \rightarrow CH = \frac{6}{0.8944}$

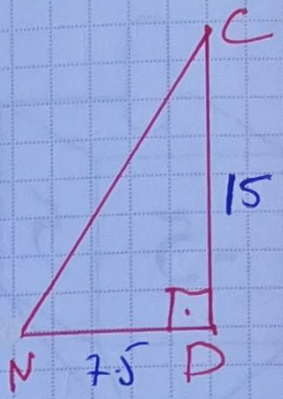
$\boxed{CH = 6.708}$

(ج)

$NH = CN - CH$.

نجد طول القطعة CN أولاً

ومن ثم نحسب طول NH



משפט פיתגורס במשולש NDC

$CN^2 = CD^2 + ND^2$

$CN^2 = 15^2 + (7.5)^2 = 225 + 56.25$

$CN^2 = 281.26$

$CN = \sqrt{281.26} = 16.77$

$\boxed{CN = 16.77}$

$NH = CN - CH = 16.77 - 6.708 = 10.06$

$\boxed{NH = 10.06}$

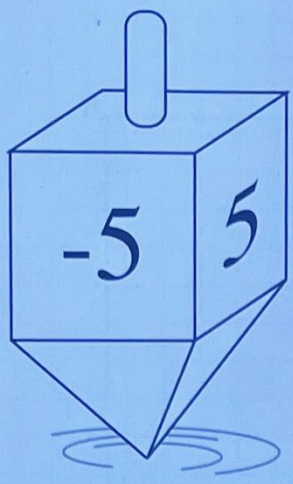
www.IQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 12/

מתמטיקה, חורף תשפ"ג, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2023، رقم 035381 + ملحق

الاحتمال والإحصاء

5. أمامكم بُلْبُل متوازن له 4 أوجه.
على كلّ واحد من أوجه البلبل مسجَّل عدد.
على 3 من أوجه البلبل مسجَّل العدد 5 ،
وعلى وجه واحد للبلبل مسجَّل العدد 5- .



أ. يُديرون البلبل مرّة واحدة. ما هو الاحتمال بأن يَنتُج العدد 5 ؟

يُديرون البلبل مرّتين.

ب. ما هو الاحتمال بأن يكون مجموع العددين اللذين يَنتُجان هو 10 ؟

جـ. ما هو الاحتمال بأن يكون مجموع العددين اللذين يَنتُجان هو 0 ؟

د. ما هو الاحتمال بأن يكون حاصل ضرب العددين اللذين يَنتُجان هو 25 ؟

بحسب المعطيات:

على 3 اوجه من بين الاوجه الأربعة مُسَجّل الرقم 5
وعلى وجه واحد مسجل الرقم 5-.

أ- الاحتمال ان نحصل على رقم 5 هو

$$P(5)=\frac{3}{4}$$

ب- الاحتمال ان نحصل على مجموع 10 هو الاحتمال ان
نحصل في الرمية الاولى على النتيجة 5 ← $\frac{3}{4}$
في الرمية الثانية ايضًا نتيجة 5 ← $\frac{3}{4}$

$$P(\text{مجموع } 10)=\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}=\frac{9}{16}=0.5625$$

جـ- المجموع 0 نحصل عليه عندما:
تكون الرمية الاولى 5 والثانية (5-) ← $\frac{3}{16}=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}$
او
الرمية الاولى 5- والثانية 5 ← $\frac{3}{16}=\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}$

$$\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$$

www.10smart.co.il

يتبع في صفحة 13

د. حاصل الضرب يكون 25 اذا كانت نتيجة الرمية الاولى 5 ونتيجة الرمية الثانية 5

او

ان تكون نتيجة الرمية الاولى (5-) ونتيجة الرمية الثانية (5-)

الاحتمال للاولى 5 والثانية 5 هو $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

الاحتمال للاولى (5-) والثانية (5-) هو $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

$$P(\text{حاصل الضرب 25}) = \frac{9}{16} + \frac{1}{16} = \frac{10}{16} = \boxed{\frac{5}{8}}$$

www.IQsmart.co.il

6. رواتب العمّال في مصنع كبير تتوزّع طبيعيًّا.
معدّل الرواتب للعامل في هذا المصنع هو 9,100 شيكل في الشهر.
راتب 31% من العمّال في المصنع هو أكبر من 9,400 شيكل في الشهر.

أ. جدوا الانحراف المعياريّ للراتب الشهريّ في المصنع.

ب. ما هي النسبة المئويّة للعمّال في المصنع الذين راتبهم هو أقلّ من 8,200 شيكل في الشهر؟

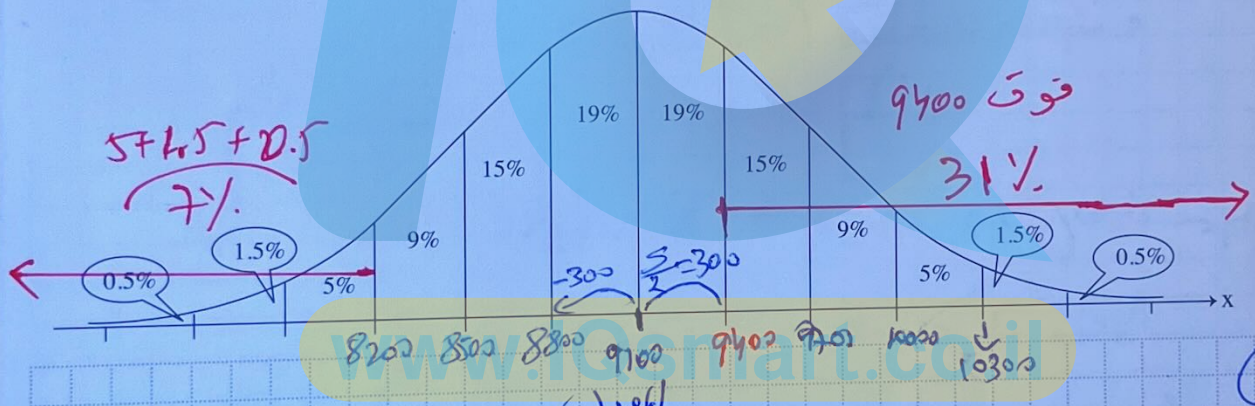
راتب 12 عاملًا في المصنع هو أكبر من 10,300 شيكل في الشهر.

جـ. حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ، كم عاملًا يوجد في المصنع؟

قرّرت إدارة المصنع أن تدفع منحة لمرّة واحدة بقيمة 500 شيكل لكلّ عامل راتبُهُ مساوٍ لمعدّل الرواتب أو أقلّ منه.

د. حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ، ما هو المبلغ الكلّيّ بالشواكل الذي دفعته إدارة المصنع لهؤلاء العمّال؟

أمامكم الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ من لائحة القوانين. استعملوه في حساباتكم.



www.iQsmart.co.il

(א)

$\frac{S}{2} = 9400 - 9100 \Rightarrow \frac{S}{2} = 300 \Rightarrow S = 600$

الانحراف المعياري

(ב) نرتب المعطيات على المنحنى ونحصل على أن 7% من العمال راتبهم أقل من 8200

/يتبع في صفحة 15/

מתמטיקה, חורף תשפ"ג, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2023، رقم 035381 + ملحق

ج- نحدد المعلش 10300 على المعنى البياني
ونفترض أن 2٪ من العمال معاشهم أكبر من 10300
نفرض عدد العمال في المصنع هو x اذًا يتحقق

$$2\%\cdot x = 12 \Rightarrow \frac{2}{100}\cdot x = 12 \overset{*100}{\Rightarrow} 2x = 1200$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 600}$$

اذًا في المصنع يوجد 600 عامل

د- 50٪ من الراتب اقل او تساوي للمعدل
اي ان نصف العمال حصلوا على 500 شيكل اي 300 عامل
والمبلغ الكلي الذي دفعته ادارة المصنع:-

$$500\cdot 300 = \boxed{150000 \text{ شيكل}}$$

www.IQsmart.co.il

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

/تتبع صفحات دفتر إضافيّة/