מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — 5×20 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بجروت
موعد الامتحان: صيف 2023
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

الرياضيّات

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن خمسة أسئلة، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل – 5×20= 100 درجة.

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تـنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمـه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لكم النّجاح!**

الأسئلة

أجيبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل (لكلّ سؤال – 20 درجة).

انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. راكبا درّاجتين هوائيّتين، الراكب "أ" والراكب "ب"، خرجا من المكانين، A وَ B، بالتلاؤم، وسافرا الواحد باتّجاه الآخر.

البُعد بين المكانين A وَ B هو 3d كم (d هو پارامتر موجب).

خرج الراكب "ب" إلى الطريق بعد مرور 2.5 ساعة من خروج الراكب "أ" إلى الطريق.

في الساعة 18:30 اتّضح أنّ كلّ واحد من الراكبَيْن قطع ثُلث المسافة بين المكانين A وَ B.

سرعة كلّ واحد من الراكبَيْن كانت ثابتة.

في اليوم التالي، خرج الراكبان مرّة أخرى من نفس المكانين، A وَ B، وسافرا الواحد باتّجاه الآخر.

سافر كلّ واحد من الراكبَيْن بنفس السرعة التي سافر بها في اليوم الأوّل. هذه المرّة، خرج الراكبان في نفس الوقت والْتَقَيا بعد مرور 9 ساعات.

أ. **(1)** في أيّة ساعة في اليوم الأوّل خرج الراكب "أ" من المكان A ؟

(2) عبِّروا بدلالة d عن سرعة كلّ واحد من الراكبَيْن.

الزمن الذي احتاجه الراكب "أ" لقطع كيلومتر واحد هو أكبر بـ 1.5 دقيقة من الزمن الذي احتاجه الراكب "ب" لقطع كيلومتر واحد.

ب. جدوا البُعد بين A وَ B.

/ يتبع في صفحة 3 /

2. معطاة متواليتان هندسيّتان لانهائيّتان متقاربتان، A وَ B ، جميع حدودهما لا تساوي 0.

الحدّ العامّ للمتوالية A هو a_n وأساسها هو q_A .

الحدّ العامّ للمتوالية B هو b_n وأساسها هو q_B .

يبنون من المتواليتين الهندسيّتين A وَ B متوالية هندسيّة لانهائيّة متقاربة جديدة، حدودها هي :

$\frac{a_1}{b_1}$, $\frac{a_2}{b_2}$, $\frac{a_3}{b_3}$, ... , $\frac{a_n}{b_n}$, ...

جميع المتواليات الثلاث، المتوالية A والمتوالية B والمتوالية الجديدة، هي ليست ثابتة.

أ. عبِّروا عن أساس المتوالية الجديدة بدلالة q_A وَ q_B .

المتوالية A ليست تصاعديّة وليست تنازليّة، والمتوالية B تصاعديّة.

ب. بالنسبة لكلّ واحد من القولين (1)–(2) اللذين أمامكم، حدِّدوا إذا كان صحيحًا أم غير صحيح، وعلِّلوا تحديدكم.

(1) أساس المتوالية الجديدة هو موجب.

(2) جميع حدود المتوالية B هي سالبة.

الأعداد c_1 وَ c_2 وَ c_3 هي ثلاثة حدود أولى في متوالية حسابيّة.

معطى أنّ c_2 يساوي $-c_1$ ، ويتحقّق أيضًا : $\frac{c_1 \cdot c_2}{c_3} = -\frac{1}{24}$.

جـ. جدوا c_1 .

معطى أنّ أساس المتوالية A يساوي c_1 ،

ويتحقّق أيضًا : $\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \frac{a_3}{b_3} + ... = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ...}{b_1 + b_2 + b_3 + ...}$

د. جدوا قيمة q_B .

/ يتبع في صفحة 4 /

3. في كلّيّة كبيرة، طُرِحَ اقتراح بتقصير استراحة الظهيرة بهدف إنهاء اليوم التعليميّ مبكّرًا.
على أثر ذلك، أجروا استطلاعًا للرأي شارك فيه جميع طلّاب السنة الأولى وجميع طلّاب السنة الثانية.
حسب نتائج الاستطلاع، تبيّن أنّ 80% من المشاركين الذين يؤيّدون الاقتراح هم طلّاب سنة أولى. وتبيّن أيضًا أنّ عدد طلّاب السنة الأولى الذين يؤيّدون الاقتراح مساوٍ لعدد طلّاب السنة الثانية الذين يعارضون الاقتراح. لم يمتنع أحد من المشاركين في الاستطلاع عن إبداء رأيه.
نرمز بِـ p إلى احتمال اختيار طالب بشكل عشوائيّ يؤيّد الاقتراح من بين جميع الطلّاب الذين شاركوا في الاستطلاع.

أ. اختاروا بشكل عشوائيّ واحدًا من طلّاب السنة الثانية. ما هو الاحتمال بأن يكون معارضًا للاقتراح؟

معلوم أنّ الاحتمال بأن يكون طالب اختير بشكل عشوائيّ من بين طلّاب السنة الأولى مؤيّدًا للاقتراح هو أكبر بِـ $\frac{13}{35}$ من الاحتمال بأن يكون طالب اختير بشكل عشوائيّ من بين طلّاب السنة الثانية مؤيّدًا للاقتراح.

ب. احسبوا قيمة p .

جـ. اختاروا بشكل عشوائيّ واحدًا من المشاركين في الاستطلاع. احسبوا الاحتمال بأن يتحقّق على الأقلّ واحد من الشرطين التاليين:

I. المشارك الذي اختير هو طالب سنة ثانية. II. المشارك الذي اختير مؤيّد للاقتراح.

د. اختاروا بشكل عشوائيّ 5 من المشاركين في الاستطلاع.
معلوم أنّ جميع الخمسة الذين اختيروا هم طلّاب سنة ثانية.
ما هو الاحتمال بأن يكون على الأقلّ اثنان منهم مؤيّدَيْن للاقتراح وكذلك على الأقلّ اثنان منهم معارضَيْن للاقتراح؟

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

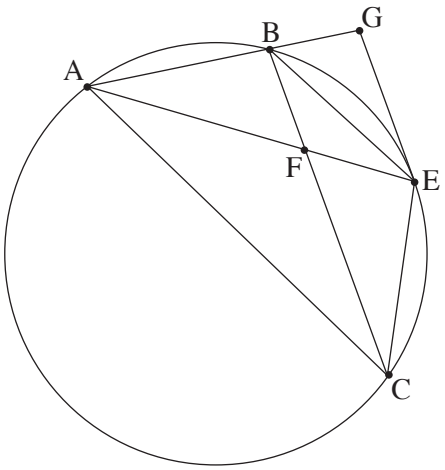
4. النقاط A وَ B وَ C تقع على محيط دائرة.

النقطة E هي منتصف القوس BC ، كما هو موصوف في الرسم الذي أمامكم.

يمرّرون في النقطة E مماسًّا للدائرة.

المماسّ يقطع امتداد الوتر AB في النقطة G .

الوتران AE وَ BC يتقاطعان في النقطة F .



أ. برهِنوا أنّ: $\Delta ACE \sim \Delta AEG$.

معطى أنّ: $AG = 18$ ، $AE = 9\sqrt{6}$.

ب. احسبوا طول الوتر AC .

جـ. برهِنوا أنّ: $BC \parallel GE$.

معطى أنّ: مساحة المثلّث ABF هي ضعف مساحة المثلّث BFE .

د. احسبوا طول الوتر AB .

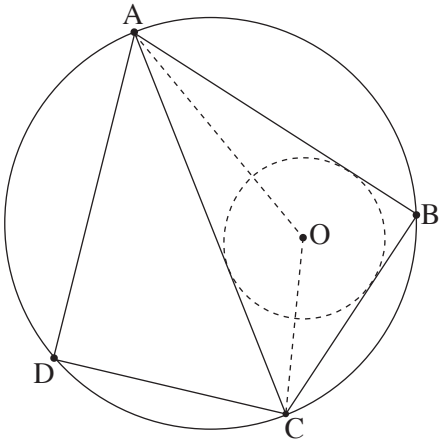
هـ. ما هي النسبة بين مساحة المثلّث ABF وبين مساحة المثلّث AFC؟ علِّلوا إجابتكم.

5. الدالتون ABCD محصور في دائرة نصف قطرها R .

الوتر AC هو القطر الرئيسيّ للدالتون.

النقطة O هي مركز الدائرة المحصورة في المثلّث ABC (انظروا الرسم).

نرمز: $\sphericalangle CAB = \alpha$.



أ. **(1)** جدوا زوايا المثلّث AOC (عبِّروا بدلالة α إذا دعت الحاجة).

(2) عبِّروا عن طول القطعة AO بدلالة α وَ R .

معطى أنّ طول القطعة AO هو $R\sqrt{2}$.

ب. جدوا مقدار الزاوية α .

معطى أنّ مساحة الدالتون هي $16\sqrt{3}$.

جـ. جدوا R .

د. احسبوا البُعد بين مركز الدائرة التي تحصر الدالتون وبين مركز الدائرة المحصورة في المثلّث ABC .

/ يتبع في صفحة 6 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{2a-x^2}{x}$ ، المعرَّفة بالنسبة لِـ $x\neq 0$. a هو پارامتر موجب.

أ. عبِّروا عن إجاباتكم بدلالة a ، إذا دعت الحاجة.

(1) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$ ، إذا وُجدت مثل هذه الخطوط.

(2) بيِّنوا أنّ الدالّة $f(x)$ هي دالّة فرديّة.

(3) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين، إذا وُجدت مثل هذه النقاط.

(4) جدوا مجالات تصاعد ومجالات تنازل الدالّة $f(x)$ ، إذا وُجدت مثل هذه المجالات.

(5) جدوا مجال التقعّر باتّجاه الأعلى $(\cup)$ ومجال التقعّر باتّجاه الأسفل $(\cap)$ للدالّة $f(x)$.

ب. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة أيضًا الدالّة $g(x)=|f(x)|-b$ ، b هو پارامتر موجب.
الدالّة $g(x)$ معرَّفة في نفس مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

جـ. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$.

معلوم أنّ إحدى النقاط القصوى للدالّة $g(x)$ هي: $(3\,,-8)$.

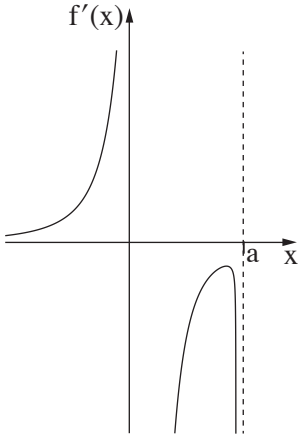
د. جدوا قيمتَي a وَ b .

معطاة أيضًا الدالّة $s(x)=\int_1^x g(t)\,dt$ ، المعرَّفة في المجال $1<x$.

هـ. ما هو نوع النقطة القصوى لِـ $s(x)$ ؟ علِّلوا إجابتكم.

/ يتبع في صفحة 7 /

7. معطاة الدالّة $f(x)$ المعرَّفة في المجال $x \neq 0$ ، $x \leq a$. a هو پارامتر موجب.



الرسم الذي أمامكم يصف الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$.

دالّة المشتقّة $f'(x)$ معرَّفة في المجال: $x \neq 0$ ، $x < a$.

يوجد لدالّة المشتقّة $f'(x)$ ثلاثة خطوط تقارب معامدة للمحورين،

معادلاتها: $y = 0$ ، $x = a$ ، $x = 0$.

في المجال $x < 0$ دالّة المشتقّة $f'(x)$ هي تصاعديّة.

المستقيم $x = 0$ هو خطّ تقارب للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ أيضًا.

$f(a) = 0$.

أ. **(1)** جدوا مجال تصاعد ومجال تنازل الدالّة $f(x)$

(عبِّروا عن إجابتكم بدلالة a ، إذا دعت الحاجة). علِّلوا.

(2) كم نقطة التواء توجد للدالّة $f(x)$ ؟ علِّلوا.

معطى أنّ المستقيم $y = 0$ هو خطّ تقارب للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

ب. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا ممكنًا للدالّة $f(x)$ ، حسب إجابتكم عن البند الفرعيّ "أ (2)" .

معطى أنّ أحد التعابير I–IV التي أمامكم يمثّل الدالّة $f(x)$.

I. $\frac{\sqrt{a-x}}{x^2}$ **II.** $\frac{\sqrt{x-a}}{x^2}$ **III.** $\frac{\sqrt{a-x}}{x}$ **IV.** $\frac{\sqrt{x-a}}{x}$

جـ. أيّ تعبير من التعابير I–IV يمثّل الدالّة $f(x)$ ؟ علِّلوا.

معلوم أنّ ميل المماسّ للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في النقطة التي فيها $x = (-2)$ ، هو: $\frac{7}{16}$.

د. جدوا قيمة a .

هـ. عوِّضوا $a = 2$ ، واحسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $(f(x))^2$ والمحور x والمستقيم $x = 1$.

8. معطى مُعيَّن $ABCD$. النقطة E هي منتصف الضلع BC .

نرمز: $\sphericalangle ECD = x$.

معطى أنّ: مساحة المثلّث ECD هي 25 .

أ. عبِّروا بدلالة x عن طول ضلع المُعيَّن.

ب. احسبوا أقصر طول ممكن للقطعة DE .

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.