حل نموذج بجروت

(807)-582

موعد صيف (أ) 2023

طاقم الرياضيات

معهد IQ

www.IQsmart.co.il

مُلاحظة:

في هذا الموعد كان 3 صِيّغ (גרסאות) مُختلفة للامتحان والحل المعروض هو لإحدى هذه الصيّغ- الصيغة مُرفقة في الموقع.

حل سؤال 1

أ. الصورة العامة لمعادلة ق.ن.ح هي $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

ومعطى لنا معادلة القطع الناقص (ق.ن.ح):-

$$\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{144-4k^2}=1 \qquad 0<k<6$$

وعندما يتحقق $a^2>b^2$ فإن البؤرتين على المحور x

وإحداثياتها $F_1(c,0)$ $F_2(-c,0)$ $(c>0)$

بحيث:- $a^2=b^2+c^2$

وحسب المعطيات فإن $a^2=144$ $b^2=144-4k^2$

اذا:

$$144=144-4k^2+c^2$$

$$\Rightarrow 4k^2=c^2 \Rightarrow \boxed{2k=c}$$

وبالتالي $F_1:(2k,0)$ $F_2(-2k,0)$

ب. معطى ان $A(x_A,y_A)$ تقع في الربع الأول على قطع مكافئ (البرابولا) بؤرتها $F_1(2k,0)$ بحيث يتحقق $AF_1=10k$

1. القطع المكافئ هو المحل الهندسي لكل النقاط التي بعدها عن البؤرة مساوٍ لبعدها عن الدليل

الصورة العامة لمعادلة البرابولا $y^2=2px$ بحيث:

البؤرة $F_1(\frac{p}{2},0)$ والدليل $x=-\frac{p}{2}$

بما ان $F_1(2k,0)$ ⇐ معادلة الدليل $\boxed{x=-2k}$

2. بُعد A عن الدليل هو ايضاً $10k$ لذلك يتحقق:

←

www.IQsmart.co.il

$$X_A - (-2K) = 10K \Rightarrow \boxed{X_A = 8K}$$

نجد y_A

معادلة القطع المكافئ هي $y^2 = 2pX$ $(2p = 8K)$

$$y^2 = 8KX$$

$$A(8K, y_A)$$

$$y_A^2 = 8K \cdot 8K = 64K^2$$

لان A بالربع الاول $\Rightarrow \boxed{y_A = 8K}$

$$\boxed{A(8K, 8K)}$$

ج- معطى أن AF_1 هو قطر دائرة والمستقيم $5x+12y=138$ هو مماس للدائرة في A

المماس عمودي على نصف القطر في نقطة التماس

وبعد مركز الدائرة من المماس مساوٍ لنصف القطر

$A(8K, 8K)$ $F_1(2K, 0)$ اذا احداثيات مركز الدائرة

هي $M\left(\frac{2K+8K}{2}, \frac{8K}{2}\right) \Rightarrow M(5K, 4K)$

طول نصف قطر الدائرة هو $R = \frac{1}{2}AF_1 \Rightarrow R = \frac{10K}{2}$

$$\boxed{R = 5K}$$

اذا نجد المركز عن المماس هو $5K$ ونتحقق:

$$\frac{|5 \cdot (5K) + 12 \cdot 4K - 138|}{\underbrace{\sqrt{5^2+12^2}}_{13}} = 5K$$

$$\Rightarrow |73K - 138| = 65K$$

$\rightarrow 73K - 138 = 65K$ $\boxed{K = 1}$

$\rightarrow 73K - 138 = -65K$

$K = 17.25$ ✗ غير ملائم لان $0 < K < 6$

(ב) بما ان $k=1$ اذا : $A(8,8)$ $F_1(2,0)$, $F_2(-2,0)$

ومعادلة القطع الناقص هي :

$$\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{140}=1 \qquad a^2=144 \Rightarrow \boxed{a=12}$$

محيط المثلث DF_1F_2 هو : $\underbrace{DF_2+AF_1}_{2a=24}+\underbrace{F_1F_2}_{4}=\boxed{28}$

بالنسبة للمثلث AF_1F_2

$$AF_1=\sqrt{(8-2)^2+(8)^2}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$$

$$AF_2=\sqrt{(8+2)^2+8^2}=\sqrt{164}=$$

$F_1F_2=4$

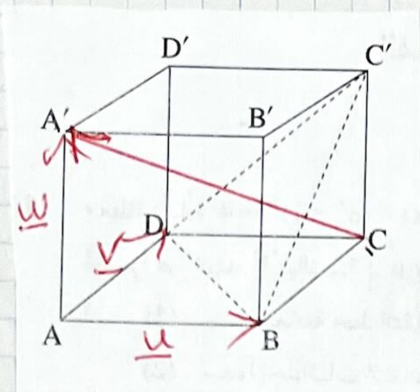
اذا محيط المثلث AF_1F_2 هو $\sqrt{164}+4+10=14+\sqrt{164}$

او 26.8 وهذا اصغر من 28

اذا محيط AF_1F_2 اصغر من محيط DF_1F_2

www.IQsmart.co.il

حل سؤال 2



الشكل المعطى هو مكعب

ولذلك $\underline{w}\cdot\underline{u}=0$ / $\underline{v}\cdot\underline{w}=0$ / $\underline{u}\cdot\underline{v}=0$

$|\underline{u}|=|\underline{v}|=|\underline{w}|$

أ- نبرهن ان القطر CA' يعامد المستوى $BC'D$:

$$\overrightarrow{CA'}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AA'}$$

$$\boxed{\overrightarrow{CA'}=-\underline{v}-\underline{u}+\underline{w}}$$

المستوى $BC'D$

متجهي الاساس هما $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{BC'}$

$$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=-\underline{u}+\underline{v}$$

$$\overrightarrow{BC'}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\underline{v}+\underline{w}$$

نبرهن أن $\overrightarrow{CA'}$ يعامد متجهي الاساس ومنها يعامد كل المستوى $BC'D$

$$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CA'}=(-\underline{u}+\underline{v})(-\underline{v}-\underline{u}+\underline{w})$$

$$=\underbrace{-\underline{u}\cdot\underline{v}}_{0}-\underline{v}^2+\underline{u}^2\underbrace{-\underline{u}\cdot\underline{w}}_{0}\underbrace{+\underline{v}\cdot\underline{w}}_{0}$$

$$-\underline{v}^2=-|\underline{v}|^2 \;//\; \underline{u}^2=|\underline{u}|^2 \Longrightarrow -\underline{v}^2+\underline{u}^2=0$$

وبالتالي $\boxed{\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CA'}=0}$

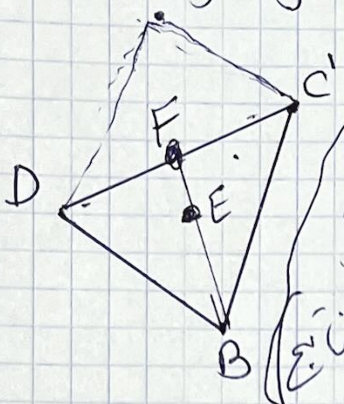
$$\overrightarrow{BC'}\cdot\overrightarrow{CA'}=(\underline{v}+\underline{w})(-\underline{v}-\underline{u}+\underline{w})$$

$$=-|\underline{v}|^2\underbrace{+\underline{w}\cdot\underline{v}}_{0}\underbrace{-\underline{u}\cdot\underline{v}}_{0}\underbrace{-\underline{u}\cdot\underline{w}}_{0}+|\underline{w}|^2$$

$$=-|\underline{v}|^2+|\underline{w}|^2=0$$

وهو المطلوب.

ب.1 بحسب المعطى النقطة E هي نقطة التقاء المتوسطات في المثلث BC'D. هذه النقطة تقسم كل متوسط بنسبة 1:2 لصالح جهة الرأس.



لذلك

المتجه $\vec{BF}$ عبارة عن نصف قطر متوازي الأضلاع

$$\vec{BF}=\frac{1}{2}(\vec{BD}+\vec{BC'})$$

وكذلك

$$\vec{BE}=\frac{2}{3}\vec{BF}$$

$$\Rightarrow \vec{BE}=\frac{\cancel{2}}{3}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}(\vec{BC'}+\vec{BD})$$

$$\Rightarrow \vec{BE}=\frac{1}{3}(\vec{BC'}+\vec{BD})=\frac{1}{3}\cdot(\underbrace{\underline{v}+\underline{w}}_{\vec{BC'}}\ \underbrace{-\underline{u}+\underline{v}}_{\vec{BD}})$$

$$\boxed{\vec{BE}=\frac{1}{3}(2\underline{v}+\underline{w}-\underline{u})}$$

$$\vec{CE}=\vec{CB}+\vec{BE}=-\underline{v}+\frac{1}{3}(2\underline{v}+\underline{w}-\underline{u})$$

$$\vec{CE}=-\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}-\frac{1}{3}\underline{u}=\frac{1}{3}(\underline{w}-\underline{v}-\underline{u})$$

$$\boxed{\vec{CE}=\frac{1}{3}(\underline{w}-\underline{v}-\underline{u})}$$

www.IQsmart.co.il

ب.2 نلاحظ أن

$$\vec{CE}=\frac{1}{3}\vec{CA'}$$

$$\frac{1}{3}(\underline{w}-\underline{v}-\underline{u})=\frac{1}{3}[\underbrace{\underline{w}-\underline{v}-\underline{u}}_{\vec{CA'}}]$$

اي أن النقاط C و A' و E تقع على نفس المستقيم لأن المتجهين مرتبطين ببعض (احدهم عبارة عن $\frac{1}{3}$ الثاني) ولهم نقطة مشتركة C، لذلك يقعان على استقامة واحدة

ط.1 معطى أن $D(0,0,0)$ $C:(4,3,0)$ $A(3,n,p)$

n,p بارامترات ومعطى ايضاً ان الاحداثي x للنقطة C' موجب

$\overrightarrow{AD}\perp\overrightarrow{DC}$ احرف المكعب متعامدة لذلك $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DC}=0$

$$\overrightarrow{DC}=C-D=(4-0,3-0,0-0)\Rightarrow\overrightarrow{DC}=(+4,+3,0)$$

$$\overrightarrow{AD}=D-A=(0-3,0-n,0-p)\Rightarrow\overrightarrow{AD}(-3,-n,-p)$$

$$\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{AD}=(+4,+3,0)(-3,-n,-p)$$

$$=-12-3n+0=0\Rightarrow\boxed{n=-4}$$

نجد p

بما ان اضلاع المكعب متساوية من حيث الطول

اي: $|\overrightarrow{DC}|=|\overrightarrow{AD}|$

$$\overrightarrow{DC}=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2+p^2}=\sqrt{25}=5$$

$$\overrightarrow{AD}=\sqrt{3^2+(-4)^2+p^2}=\sqrt{25+p}$$

$$\Rightarrow\sqrt{25+p}=\sqrt{25}\qquad\boxed{p=0}$$

$$\boxed{A(3,-4,0)}$$

بما أن الاحداثي z للنقاط A, D, C هو 0.

لذلك المستوى $ABCD$ الذي يمر بواسطة المتجهات

$\overrightarrow{DC}$ و $\overrightarrow{AC}$ (الاحداثي z للنقاط C, A, D هو 0) سيكون فيه الاحداثي

z لكل النقاط هو 0 وبالتالي سيقع بالمستوى $z=0$

وهذه ايضاً ستكون معادلته.

ط.2 بما ان $|\overrightarrow{DC}|=5$ اي طول ضلع المكعب هو 5 ومعادلة

المستوى $ABCD$ هي $z=0$ لذلك المتجه المعامد للمستوى

هو من الصورة $(0,0,k)$ وبما ان $k=5$ اذاً CC' المعامد لـ $ABCD$

هو من الصورة $(0,0,5)$ ويتحقق: $|\overrightarrow{CC'}|=5$ من هنا

$$\overrightarrow{CC'}=(0,0,5)=C'-C=(x_{c'}-4,y_{c'}-3,z_{c'}-0)=(0,0,5)$$

$$\Rightarrow\boxed{x_{c'}=4}\quad\boxed{y_{c'}=3}\quad\boxed{z_{c'}=5}\quad\boxed{C'(4,3,5)}$$

www.IQsmart.co.il

د. l هو مستقيم التقاطع بين مستويين $BCC'B'$ و $BC'D$
ونلاحظ ان النقاط المشتركة للمستويين هو B و C' لذلك

l هو المستقيم الذي يمر بـ B و C' وبالتالي تمثيله البارمتري
هو

$$l: \underline{x} : B + t \cdot \vec{BC'}$$

$C'(4,3,5)$ بقي علينا ايجاد احداثيات B.

نجد احداثيات B

$\vec{AB} = \vec{DC}$ لان $|\vec{AB}| = |\vec{BC}|$ اضلاع مكعب و $BC \parallel AB$.

$A:(3,-4,0)$, $\vec{AB} = (4,3,0) \Longleftarrow \vec{DC} = (4,3,0)$

$\vec{AB} = (x_B - 3, y_B - (-4), z_B - 0) = (4,3,0) = \vec{DC}$

$$x_B - 3 = 4 \Longrightarrow \boxed{x_B = 7} \;//\; y_B + 4 = 3 \Longrightarrow \boxed{y_B = -1}$$

$$z_B - 0 = 0 \Longrightarrow \boxed{z_B = 0}$$

$$\boxed{B(7,-1,0)} \Longrightarrow \vec{BC'} = (\overset{4-7}{-3}, \overset{3-(-1)}{4}, \overset{5-0}{5})$$

$$l: \underline{x} : B + t \cdot \vec{BC'} \Longrightarrow \boxed{l: (7,-1,0) + t(3,-4,-5)}$$

هـ. مستوى الذي يحوي l ولا يقطع المحور X هو مستوى
الذي احد المتجهات التي تفرشه هو المتجه الاتجاهي لـ l
ومتجه آخر من الصورة $(a,0,0)$ ويمكن ان نختار $(1,0,0)$

ولذلك التمثيل البارمتري للمستوى هو:

$$\boxed{\pi: \underline{X} : (7,-1,0) + s(-4,3,5) + r(1,0,0)}$$

حل سؤال 3

(أ)

$$Z^3 = \frac{1}{Z^3} \Rightarrow Z^6 = 1 = cis(360k)$$

$$\Rightarrow Z_k = cis\left(\frac{360 \cdot k}{6}\right) = (cis\,60k)$$

$k=0 \quad Z_a = cis\,0 = 1$

$k=1 \quad Z_b = cis\,60 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$

$k=2 \quad Z_c = cis\,120 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$

$k=3 \quad Z_d = cis\,180 = -1$

$k=4 \quad Z_e = cis\,240 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$

$\boxed{k=5 \quad Z_e = cis\,300 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i}$

الحل الذي يقع في الربع الرابع هو :

$Z_e = Z_0 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$

www.IQsmart.co.il

(ب)

$A = d \cdot Z_0 = d \cdot cis\,300$

$B = d i \cdot cis\,300 = d \cdot cis\,90 \cdot cis\,300$

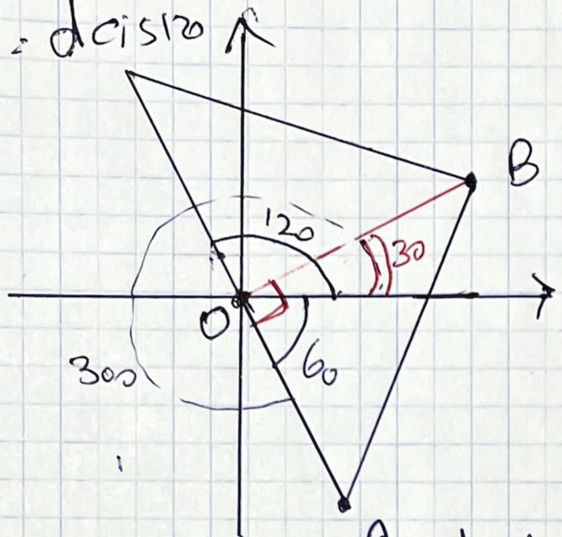
$B = d \cdot cis\,390 = d\,cis\,30$

$C = d \cdot (Z_0)^4 = d\,cis\,4 \cdot 300 = d\,cis\,1200$

$C = d\,cis\,120$

ج: $A = d\,cis\,300$ // $B = d\,cis\,30$ // $C = d\,cis\,120$

نرسم / ندرس المثلث الناتج في هيئة محاور



ملاحظات وتوضيحات

1. واضح ان C و A و O على استقامة واحدة لان الزاويه بينهم 180° $(60+120)$

2. واضح ان: $OB = OA = OC = d$

$A = d\,cis\,300$

3. $\angle BOA$ قائمة $= 30+60 = 90^\circ$

4. نستنتج ان BO ارتفاع ينصف القاعدة AC وبالتالي المثلث متساوي الساقين ومساحته تحقق

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BO \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot d \cdot 2d = 5d+6$$

$$\Longrightarrow d^2 = 5d+6$$

$$\Longrightarrow d^2 - 5d - 6 = 0$$

وهذه معادلة تربيعية حلها نحصل على

غير ممكن $\boxed{\cancel{d_1 = -1}}$ $\boxed{d_2 = 6}$

www.IQsmart.co.il

$$W = \left[(Z_0)^2 - \frac{1}{(Z_0)^2}\right](1+i) \quad \text{.P}$$

$$\Longrightarrow (Z_0)^2 = cis(300)^2 = cis(600)$$

$$\Longrightarrow (Z_0)^2 = cis(240)$$

$$\frac{1}{(Z_0)^2} = \frac{1}{cis240} = (cis240)^{-1} = cis(-240)$$

$$(Z_0)^2 - \frac{1}{(Z_0)^2} = cis240 - cis(-240) =$$

$$\cancel{\cos 240} + i\sin 240 - \cancel{(\cos 240)} - i\sin(-240)$$

$$-(\cancel{\cos 240}) + i\sin(240)$$

$$= 2i\sin 240$$

$(1+i) = \sqrt{2}\, cis\, 45$

$\boxed{r = \sqrt{1+1} \;,\; tg\alpha = 1}$

ا.٣ :

$W = \left((z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2}\right)(1+i)$

$W = (2i\sin 240)(\sqrt{2}\, cis\, 45) =$

$\sin 240 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$W = 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot \sqrt{2}\, cis\, 45 = -\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\, cis\, 45$

$\boxed{W = -\sqrt{6}\, cis\, 45 \quad W = \sqrt{6}\cdot cis(-45)} \Rightarrow \boxed{arg(w) = (-45) \quad |w| = \sqrt{6}}$

د. بما أن مركز الدائرة التي تحصر المثلث تبعد أبعاداً
متساوية عن A, B, C و $OB = OA = OC$ لذلك
الدائرة التي تحصر المثلث مركزها $(0,0)$ ونصف قطرها $\boxed{d=6}$

نحسب معطيات العدد $|w^n| > 6$ لأنه تقع خارج الدائرة
التي تحصر المثلث ABC وكذلك نعطي w^n موعد
وهي تقع اي يصنع زاوية 90 (أو 270) و $\cos(\theta) = 0$

$w^n = (\sqrt{6}\cdot cis(-45))^n = \underbrace{6^{\frac{n}{2}}}_{>6} \cdot \underbrace{cis(-45\cdot n)}_{0}$ و

اي يجب ان

$6^{\frac{n}{2}} > 6$ وايضاً $\cos(-45n) = 0$

$\boxed{n > 2}$ وايضاً

$-45n = 90 + 180K$

$n = -2 + \frac{180K}{-45}$

$n = -2 - 4K$

10

نحصل على أصغر n طبيعي أكبر 2 $\Leftarrow$ $\boxed{K=-2}$ عندما يكون $\Leftarrow$ $K = 0,1,2,3,-1,-2,-3$

وعندها $\boxed{n=6}$

www.IQsmart.co.il

حل سؤال 4

$f(x)=(e^x-1)^n-4$ n طبيعي $n\geq 2$

1.أ بما انه للدالة e^x يوجد خط تقارب افقي عندما يتحقق ان $e^x \xrightarrow[x\to-\infty]{} 0$ لذلك

$$\lim_{x\to-\infty} (e^{-\infty}-1)^n-4$$

زوجي $(0-1)^n-4$ | فردي $(0-1)^n-4$

$(+1)-4=-3$ | $(-1)-4=-5$

اذاً خط تقارب افقي لـ n فردي $y=-5$

,, ,, لـ n زوجي $y=-3$

2.أ

$$f'(x)=n(e^x-1)^{n-1}\cdot e^x$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow (e^x-1)=0 \Rightarrow e^x=1$$

$\boxed{x=0}$

$n\neq 0$ ، $e^x\neq 0$ أبداً.

n فردي

x	$x<0$	0	$x>0$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	ق.ا.ن	$\nearrow$

n زوجي

x	$x<0$	0	$x>0$
$f'(x)$	$-$		$+$
$f(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$

$f(0)=(e^0-1)^n-4$

$=-4$

max $(0,-4)$ n زوجي

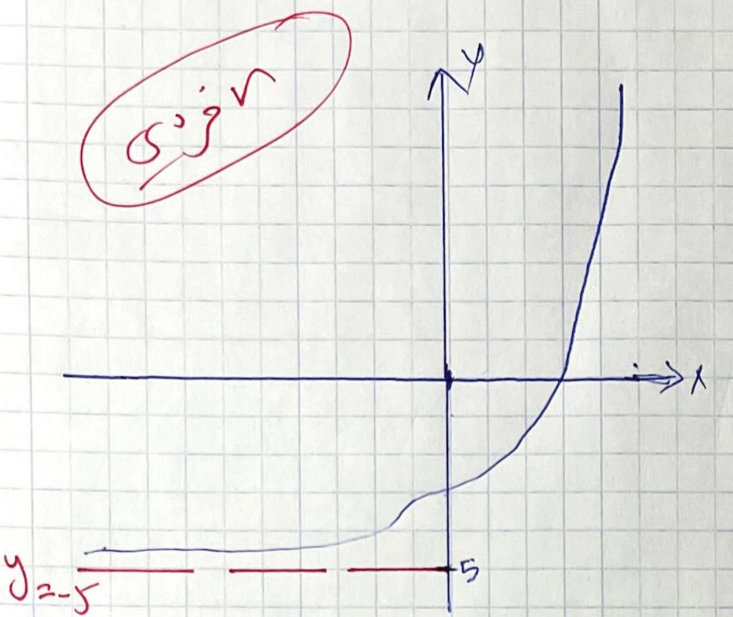
$f'(-1)=\underbrace{n}_{+}\underbrace{(e^{-1}-1)^{n-1}}_{+}\cdot\underbrace{e^{-1}}_{+}$ (زوجي)

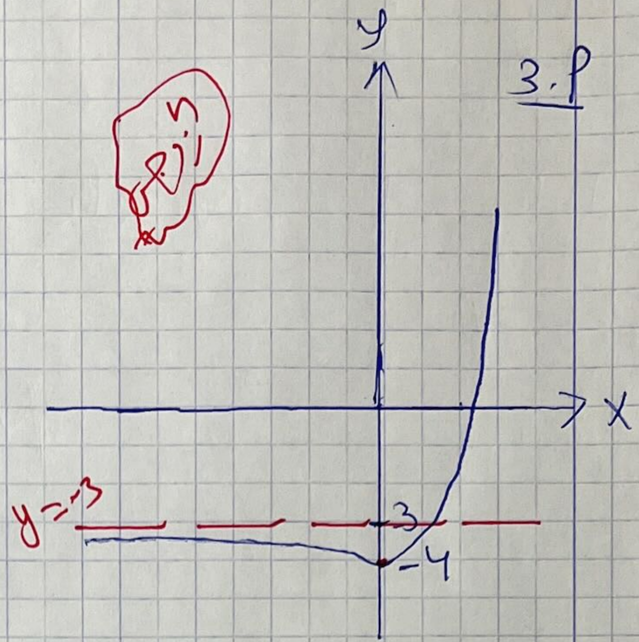
$f'(1)=\underbrace{n}_{+}\underbrace{(e^1-1)^{n-1}}_{+}\cdot\underbrace{e^1}_{+}$

$f'(-1)=\underbrace{n}_{+}\underbrace{(e^{-1}-1)^{n-1}}_{-}\underbrace{e^{-1}}_{+}$

$f'(1)=\underbrace{n}_{+}\underbrace{(e^1-1)^{n-1}}_{+}\underbrace{e^1}_{+}$

www.IQsmart.co.il





3.أ

ب.1

$f(x)=(e^x-1)^2-4$

$f(x)=(e^x)^2-2e^x+1-4$

$f(x)=(e^x)^2-2e^x-3$

$g(x)=6e^x-10$

$f(x)=g(x) \Longrightarrow$

$(e^x)^2-2e^x-3=(6e^x)-10$

$(e^x)^2-2e^x-6e^x-3+10=0$

$(e^x)^2-8e^x+7=0 \Longrightarrow (e^x-1)(e^x-7)=0$

$\boxed{x=\ln 1}$ $\boxed{x=\ln 7}$

$\boxed{x=0}$

نجد y:

$g(0)=6e^0-10=6-10=-4$

$g(\ln 7)=6e^{\ln 7}-10=6\cdot 7-10=42-10=32$

نقاط التقاطع: $(0,-4)$ $(\ln 7, 32)$

ب.2 المساحة المحصورة بين الدالتين هي المساحة بين نقاط تقاطع الدالتين. اي:

$S=\left|\int_0^{\ln 4} f(x)-g(x)\right|$

$S=\left|\int (e^x)^2-8e^x+7\,dx\right|$

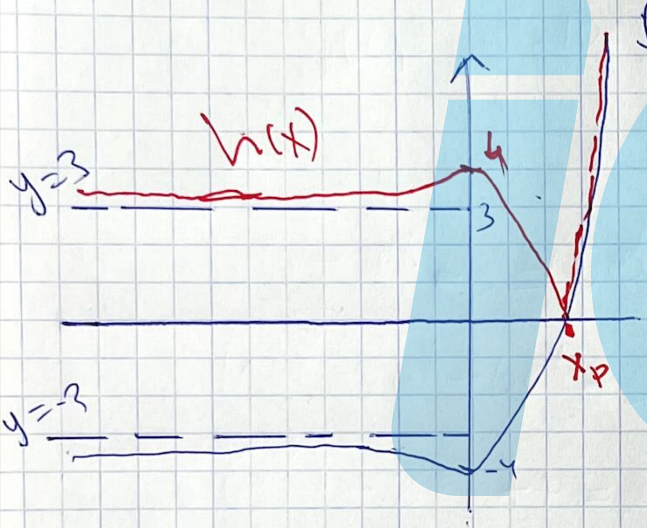
ملاحظة: بما اننا لا نعرف اي دالة اكبر من الثانية في المجال اعلاه ثم لذلك نأخذ القيمة المطلقة

$$= \left| \int_0^{\ln 7} (e^{x})^2 - 8e^x + 7 \, dx \right| = \left| \left[\frac{e^{2x}}{2} - 8e^x + 7x \right]_0^{\ln 7} \right|$$

$$= \left| \left(\frac{e^{2\ln 7}}{2} - 8e^{\ln 7} + 7 \cdot \ln 7 \right) - \left(\frac{e^{2\cdot 0}}{2} - 8e^0 + 7 \cdot 0 \right) \right|$$

$$= \left| \left(\overset{24.5}{\frac{49}{2}} - \overset{56}{8 \cdot 7} + 7\ln 7 \right) - \left(\overset{-7.5}{\frac{1}{2} - 8} \right) \right| = |-24 + 7\ln 7|$$

$$= 24 - 7\ln 7 \approx 10.38$$



ج.1 $h(x) = |f(x)|$ ← $f(x)$

مرتق

$h(x)$ لم

للدالة $h(x)$ يوجد

نقطتا ن قصوى

$\max(0,4)$

$\min(x_p,0)$

النقطة x_p تحقق

$$f(x_p) = 0$$

$$(e^{x_p} - 1)^2 - 4 = 0 \Rightarrow (e^{x_p} - 1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow e^{x_p} - 1 = \pm\sqrt{4} \Rightarrow e^{x_p} - 1 = \pm 2$$

$$(I) \; e^{x_p} - 1 = 2 \qquad (II) \; e^{x_p} - 1 = -2 \; \times$$

$x_p = \ln 3 \Leftarrow \boxed{e^{x_p} = 3}$ لا صحيحة x_p موجب

اذا نقطة ال مينيمام $\min(\ln 3, 0)$

<u>ج.2</u> حسب الرسم $3 < k < 4$

حل سؤال 5

$$f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$$

أ.1 مجال تعريف الدالة $x>0$

أ.2 $f'(x)=0$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = 0 \xrightarrow{*x^2} x-1=0$$

$$\boxed{x=1}$$

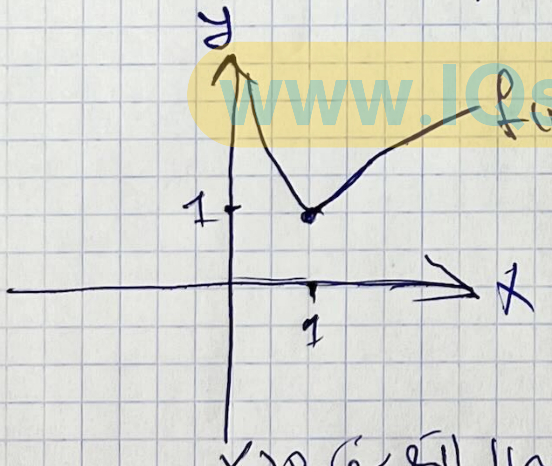
x	0	$0<x<1$	1	$x>1$
$f'(x)$	ξ	$-$		$+$
$f(x)$	ξ	$\searrow$		$\nearrow$

$$f'(\tfrac{1}{2}) = \frac{1}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{(\frac{1}{2})^2} = 2 - 4 = -2$$

$$f'(2) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = +$$

$$f(1) = \ln 1 + \frac{1}{1} = 1 \quad (1,1)\ \min$$

أ.3



ب. $g(x) = (x+1)(1-\ln x)$ مجال التعريف $x>0$

ب.1 تقاطع مع x ← $g(x)=0$ ⟸ $(x+1)(1-\ln x)=0$

خارج المجال $\boxed{x=-1}$ $\boxed{x=e}$ ⟹ $(e,0)$ تقاطع مع x

www.IQsmart.co.il

2. س

نجد $g'(x)$

$$g'(x) = 1(\cancel{1} - \ln x) + (x+1)\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)$$

$$1 - \ln x - 1 - \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = -\ln x - \frac{1}{x} = -f(x) \Rightarrow \boxed{g'(x) = -f(x)}$$

النقاط الصفرية لـ $f(x)$ ← حسب الرسم لا يوجد
ولذلك لا يوجد نقاط تحقق $g'(x)=0$ اي لا يوجد نقاط
قصوى وبما أن $f(x)$ دائماً موجبة لذلك $-f(x)$ دائماً سالبة
في مجال تعريفها. ولذلك $g'(x)<0$ لكل $x>0$.

مجالات تصاعدية لـ $g(x)$: $\emptyset$
مجالات تنازلية لـ $g(x)$: $x>0$

3. نجد $g''(x)$ ونحدد مجالات التقعر للأعلى وللأسفل

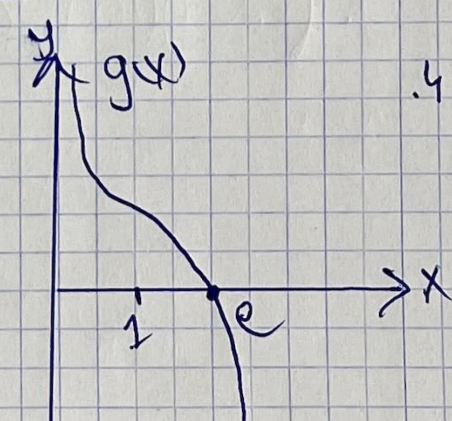
$$g''(x) = -f'(x)$$

وبما أن $f'(x)=0$ في $x=1$ اذاً $g''(1)=0$

بما انه $f'(x)<0$ في المجال $0<x<1$ اذاً $g''(x)=-f'(x)>0$
في هذا المجال وبالتالي $g(x)$ مقعرة للأعلى في $0<x<1$
وبما ان $f'(x)>0$ في المجال $x>1$ اذاً $g''(x)<0$ بهذا المجال

وبالتالي: تقعر للأعلى $0<x<1$ و
تقعر للأسفل $x>1$

.4



www.iQsmart.co.il

$$h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x) = -\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$S = \left| \int_1^e -\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x^2}\, dx \right|$$

نفسخ التكامل لكل مركب داخل التكامل ومن ثم نجد المساحة

$$* \quad \int -\frac{\ln x}{x}\, dx = \int \underbrace{-\frac{1}{x}}_{-K'(x)} \cdot \underbrace{\ln x}_{K(x)}\, dx = \int -K'(x) \cdot K(x)\, dx$$

$$\Rightarrow \boxed{\int -\frac{\ln x}{x}\, dx = -\frac{(\ln x)^2}{2}}$$

$$** \quad \boxed{\int -\frac{1}{x}\, dx = \frac{1}{x^2}}$$

$$S = \left| \int_1^e \left(-\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx \right| = \left| \left[-\frac{\ln x^2}{2} + \frac{1}{x} \right]_1^e \right|$$

$$S = \left| \left(-\frac{\ln e^2}{2} + \frac{1}{e} \right) - \left(-\frac{\overset{0}{\ln 1^2}}{2} + \frac{1}{1} \right) \right|$$

$$S = \left| -\frac{1}{2} + \frac{1}{e} - 1 \right| = \left| -1.5 + \frac{1}{e} \right| \cong \boxed{1.13}$$