حل نموذج بجروت

(806)-581

موعد صيف (أ) 2023

طاقم الرياضيات

معهد IQ

www.IQsmart.co.il

مُلاحظة:

في هذا الموعد كان 3 صِيّغ (גרסאות) مُختلفة للامتحان والحل المعروض هو لإحدى هذه الصيّغ- الصيغة مُرفقة في الموقع.

حل سؤال 1

في اليوم الاول قطع كل واحد منهما $\frac{1}{3}$ المسافة بين A و B لذلك قطع كل منهما d كم.

اذا في اليوم الاول

	سرعة	زمن	مسافة
أ	V_A	t	d
ب	V_B	$t-2.5$	d

	سرعة	زمن	مسافة
أ	V_A		$3V_A+3V_B$
ب	V_B		$3V_A+3V_B$

في اليوم الثاني يتفقو

$$9V_A+9V_B=3d$$
$$3V_A+3V_B=d$$

اذا زمن (أ) هو $t=\frac{3V_A+3V_B}{V_A} \Rightarrow t=3+3\frac{V_B}{V_A}$

زمن (ب) هو $t-2.5=\frac{3V_A+3V_B}{V_B}$

www.IQsmart.co.il

نعوض $t=3+3\frac{V_B}{V_A}$ في المعادلة الثانية (زمن ب)

ونحصل على:

$$t-2.5=3\frac{V_A}{V_B}+3$$

$$\Rightarrow 3+3\frac{V_B}{V_A}-2.5=3\frac{V_A}{V_B}+3 \Rightarrow 3\frac{V_B}{V_A}-3\frac{V_A}{V_B}=2.5$$

نفرض $X=\frac{V_A}{V_B} \Leftarrow \frac{V_B}{V_A}=\frac{1}{X}$ وبالتالي نعوض بالمعادلة

$$\Rightarrow 3\cdot\frac{1}{X}-3X=2.5 \Rightarrow 3-3X^2=2.5X$$

نضرب $\times X$

$\Rightarrow 3x^2+2.5x-3=0$

وهذه معادلة نحصل عليها وحلها هو

$x_1=\frac{2}{3}$ $\quad$ $x_2=-1.5$ غير مقبول

إذًا $\frac{V_A}{V_B}=\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A}=\frac{3}{2}=1.5$

بالتالي: $t=3+3\cdot\frac{V_B}{V_A}=3+3(1.5)=7.5$

$t=7.5$

إذًا الراكب (A) يحتاج $7:30$ ساعة $\Leftarrow 18:30-7:30=11:00$

2.A $\quad d=t\cdot V_A \Leftarrow d=7.5V_A \Leftarrow \frac{d}{7.5}=V_A$ سرعة (A)

(ب) $\quad d=(t-2.5)V_B \Leftarrow d=(7.5-2.5)V_B \Leftarrow \frac{d}{5}=V_B$

ب. سرعة الراكب (A) هي $\frac{d}{7.5}$ كم/س وبالدقائق $\frac{1}{60}\cdot\frac{d}{7.5}=\frac{d}{450}$ كم/د

سرعة الراكب (B) هي $\frac{d}{5}$ كم/س وبالدقائق $\frac{1}{60}\cdot\frac{d}{5}=\frac{d}{300}$ كم/د

الزمن الذي يحتاجه راكب (A) ليقطع 1 كم هو $\frac{1}{\frac{d}{450}}=\frac{450}{d}$

" " " (B) " " " " $\frac{1}{\frac{d}{300}}=\frac{300}{d}$

وبالتحقق: $\frac{450}{d}=\frac{300}{d}+1.5$ $\Leftarrow$ غير d

$450=300+1.5d$

$d=100$ كم

المسافة بين A و B هي $3d$ أي 300

www.IQsmart.co.il

حل سؤال 2

أ- أساس المتوالية A هو q_A

أساس المتوالية B هو q_B

نرمز للمتوالية الجديدة بـ D_n لذلك يتحقق

$$D_n = \frac{a_n}{b_n} \Longrightarrow \frac{D_{n+1}}{D_n} = \frac{a_{n+1}}{a_n} \cdot \frac{b_n}{b_{n+1}} = \frac{q_A}{q_B}$$

وهذه المتوالية تتحقق $D_1 = \frac{a_1}{b_1}$ وأساسها $\frac{q_A}{q_B}$

ب- بما أن المتوالية A ليست تصاعدية وليست تناقصية

إذا أساسها سالب أي $-1 < q_A < 0$ لأنها متقاربة.

وبما أن المتوالية B تصاعدية أي: $0 < q_B < 1$

والبدء b_1 سالب

أي $0 < q_B < 1$ لأنها متقاربة و $b_1 < 0$

وبالتالي:

1. أساس المتوالية الجديدة هو $\frac{q_A}{q_B} = \frac{-}{+}$ أي سالب

والادعاء (1) خطأ

2. بما أن b_1 سالب و q_B موجب أصغر من 1

إذاً كل حدود المتوالية B سالبة والادعاء صحيح

www.IQsmart.co.il

ب- للحصول على المتتالية c_3, c_2, c_1 هي 3 حدود في متوالية حسابية لذلك يتحقق

$$c_2 - c_1 = c_3 - c_2$$

معطى أن $-c_1 = c_2$

$$\Rightarrow -c_1 - c_1 = c_3 - (-c_1)$$

$$-2c_1 = c_3 \Rightarrow \boxed{-3c_1 = c_3}$$

وبما أنه يتحقق :-

$$\frac{c_1 \cdot c_2}{c_3} = \frac{1}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{c_1 \cdot (-c_1)}{-3c_1} = -\frac{1}{24} \Rightarrow \frac{c_1}{3} = -\frac{1}{24}$$

$$c_1 = \frac{-3}{24} \Rightarrow \boxed{c_1 = -\frac{1}{8}}$$

ل. بما أن $q_A = c_1 = -\frac{1}{8}$

وكذلك يتحقق $\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \frac{a_3}{b_3} \cdots = \frac{a_1+a_2+a_3 \cdots}{b_1+b_2+b_3 \cdots}$

هذا هو مجموع المتوالية الهندسية التي عرفنا في بداية السؤال

$$\hookrightarrow S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{a_1}{b_1}}{1-\frac{-1}{8}q_B} = \frac{\frac{a_1}{b_1}}{1+\frac{1}{8}q_B}$$

$a_1 + a_2 \cdots$ هو مجموع المتوالية A ويحقق

$$S_A = \frac{a_1}{1-(-\frac{1}{8})}$$

$$S_A = \frac{a_1}{\frac{9}{8}} = \frac{8a_1}{9}$$

المجموع $b_1 + b_2 \cdots$ هو مجموع المتوالية B ويحقق

$$S_B = \frac{b_1}{1-q_B}$$

www.iqsmart.co.il

תכונה שלילית

$$\frac{q_1}{b_1}+\frac{a_2}{b_2}\cdots = \frac{a_1+a_2\cdots}{b_1+b_2\cdots}$$

$$\frac{\frac{a_1}{b_1}}{1+\frac{1}{8q_B}} = \frac{\frac{8a_1}{9}}{\frac{b_1}{1-q_B}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{a_1}{b_1}}{\frac{8q_B+1}{8q_B}} = \frac{\frac{8a_1}{9}}{\frac{b_1}{1-q_B}} \Rightarrow \frac{a_1}{b_1}\cdot\frac{q_B}{8q_B+1} = \frac{8a_1}{9}\cdot\frac{(1-q_B)}{b_1}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{b_1}\cdot\frac{8q_B}{8q_B+1} = \frac{8}{9}\cdot\frac{a_1}{b_1}\cdot(1-q_B) \Rightarrow \frac{q_B}{8q_B+1} = \frac{1-q_B}{9}$$

$$\Rightarrow 9q_B = (1-q_B)(8q_B+1) \Rightarrow 9q_B = 8q_B - 8q_B^2 + 1 - q_B$$

$$\Rightarrow 8q_B^2 + 9q_B - 7q_B - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 8q_B^2 + 2q_B - 1 = 0$$

$a=8 \quad b=2 \quad c=-1$

$$q_{1,2} = \frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 8(-1)}}{2\cdot 8} = \frac{-2\pm\sqrt{4+36}}{16} = \frac{-2\pm 6}{16}$$

$$q_{B_1} = \frac{-8}{16} = -\frac{1}{2} \quad \text{(לא מתאים, } 0<q_B<1\text{)}$$

$$q_{B_2} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{q_{B_2} = \frac{1}{4}}$$

www.IQsmart.co.il

حل سؤال 3

لنحسب المعلومات:

1. شارك في الاستطلاع بخصوص الاقتراح أبناء التعليم كبيرًا كل طلاب سنة أولى وسنة ثانية دون أن يمتنع أحد.
2. 80% من بين الذين يؤيدون الاقتراح هم طلاب سنة أولى.
3. عدد طلاب سنة أولى المؤيدين للاقتراح

حاد

لعدد طلاب سنة ثانية المعارضين للاقتراح.

ولنحسب هذه المعلومات نستنتج:

I $P(\text{طالب سنة أولى} \mid \text{صوت ضد في الاقتراح}) = 0.8 \Rightarrow \frac{P(\text{طالب سنة I} \cap \text{صوت ضد})}{P(\text{صوت ضد})} = 0.8$

$\Rightarrow \boxed{0.8P(\text{ضد}) = P(\cap)}$

II $P(\text{طالب سنة I} \cap \text{صوت ضد}) = P(\text{طالب سنة II} \cap \text{صوت ضد})$

نبني جدول يعبر عن المتبع والمطلوب

لنحسب نرمز بـ P لاحتمال اختيار طالب يؤيد الاقتراح

	يؤيد الاقتراح	يعارض الاقتراح	
سنة أولى	$0.8P$	$1-P-0.8P$ $\boxed{1-1.8P}$	$1-P$
سنة ثانية	$P-0.8P$ $\boxed{0.2P}$	$P-0.2P$ $\boxed{0.8P}$	P
الاعتماد	P	$1-P$	1

لنحسب الجدول $P(\text{معارض الاقتراح} \mid \text{طالب سنة II}) = \frac{P(\cap)}{P(\text{سنة II})} = \frac{0.8P}{P} = \boxed{0.8}$

www.IQsmart.co.il

ب. נסמן ב A את האירוע שנבחר תלמיד באופן אקראי ויביע את דעתו בעד הצעת החוק מבין תלמידי שנה א'.

$$P(A) = P(\text{מביע בעד} \mid \text{שנה א'})$$

נסמן ב B את האירוע שנבחר תלמיד באופן אקראי מבין תלמידי שנה ב' שמביע את דעתו בעד הצעת החוק.

$$P(B) = P(\text{מביע בעד} \mid \text{שנה ב'})$$

לפי נתוני השאלה:

$$P(A) = P(B) + \frac{13}{35}$$

$$\frac{P(\text{מביע בעד} \cap \text{שנה א'})}{P(\text{שנה א'})} = \frac{P(\text{מביע בעד} \cap \text{שנה ב'})}{P(\text{שנה ב'})} + \frac{13}{35}$$

$$\frac{0.8p}{1-p} = \frac{0.2p}{p} + \frac{13}{35} \quad / \cdot p(1-p)\cdot 35$$

$$28p = 7(1-p) + 13(1-p)$$

$$28p = 7 - 7p + 13 - 13p$$

$$48p = 20 \Rightarrow p = \frac{20}{48}$$

$$\boxed{p = \frac{5}{12}}$$

www.IQsmart.co.il

ب. احتمال لاختيار على الأقل واحد من الشرطين

II اختارك هو طالب سنة ثانية

أو

II اختارك الذي اختير هو طالب مؤيد للاضراب

$$\Rightarrow P(\text{طالب سنة II} \cup \text{طالب مؤيد للاضراب}) = P(\text{طالب سنة II}) + P(\text{مؤيد للاضراب}) - P(\text{مؤيد} \cap \text{سنة II})$$

$$P(\text{طالب سنة ثانية}) = P = \frac{5}{12}$$

$$P(\text{مؤيد للاضراب}) = \frac{5}{12}$$

بحسب الجدول:

$$P(\text{مؤيد} \cap \text{سنة II}) = 0.2p = 0.2\left(\frac{5}{12}\right) = \frac{2}{10}\cdot\frac{5}{12} = \frac{1}{12}$$

$$P(\text{طالب سنة II} \cup \text{طالب مؤيد للاضراب}) = \frac{5}{12} + \frac{5}{12} - \frac{1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

أي:

د. بحسب المعطيات اختارنا 5 من المشاركين في الاستطلاع وتبين أن طلاب سنة ثانية

ونسأل عن الاحتمال أن يكون:

واقعيا على الأقل اثنين من بين الخمسة مؤيدين للاضراب

على الأقل اثنين من بين الخمسة معارضين للاضراب

وهذا معناه:

أو

أن (من بين طلاب سنة II) اثنين مؤيدين و3 معارضين

اثنين معارضين و3 مؤيدين (.. .. .. ..)

والاحتمال للاثنين:

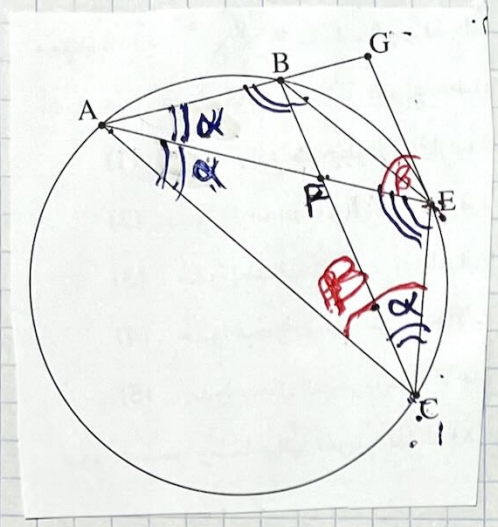
$$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{128}{625}$$

$$+ \binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{32}{625}$$

$$= \frac{160}{625} = \frac{32}{125} = 0.256$$

$$P(\text{مؤيد للاضراب} \mid \text{سنة ثانية}) = \frac{0.2p}{p} = 0.2 = \frac{1}{5}$$

حل سؤال 4:



بحسب المعطيات:

E منتصف القوس BC

أي $\overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{EC}$

G تقع على امتداد AB

GE مماس للدائرة في E.

F هي نقطة تقاطع الأوتار BC و AE.

P. معلوم برهان أن $\Delta ACE \sim \Delta AEG$

زوايا محيطية تقابل أقواسًا متساوية $\angle EAC=\angle GAE=\alpha$

$\overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{EC}$

الزاوية المحصورة بين مماس ووتر (AE) $\angle ACE=\angle GEA=\beta$

مساوية للمحيطية المقابلة لها

إذا يتشابه المثلثان حسب (زز) وهو المطلوب (ل)

ب. بما أن $\Delta ACE \sim \Delta AEG$

إذا حسب التشابه: $\frac{AC}{AE}=\frac{AE}{AG}=\frac{EC}{EG}$

$\Rightarrow AC\cdot AG=AE^2$

$\Rightarrow AC\cdot 18=(9\sqrt{6})^2=9^2\cdot 6$

$AC=\frac{9^2\cdot 6}{18}=9\cdot 3=27$

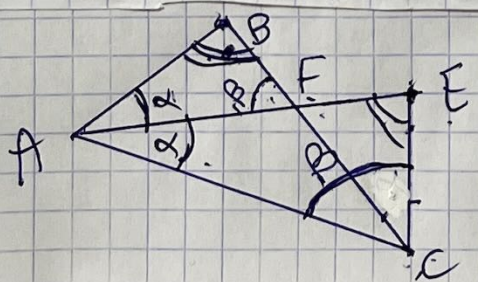
$\boxed{AC=27}$

وهو المطلوب (ب)

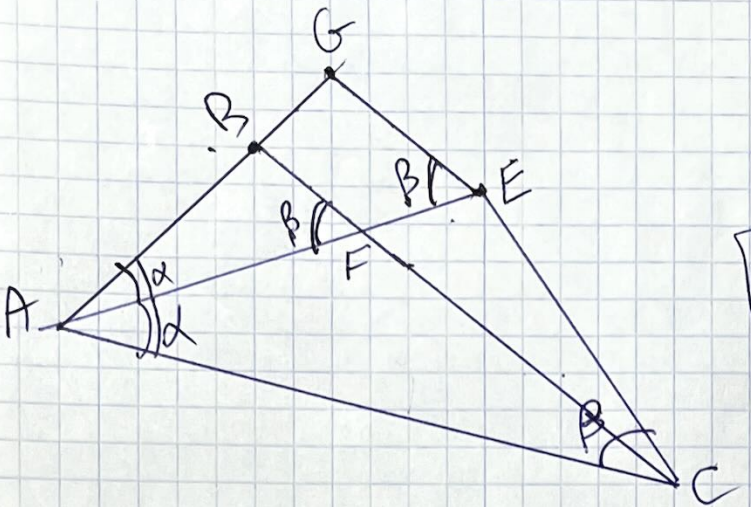
$\{AG=18 \;//\; AE=9\sqrt{6}$ معطى أن

P. معلوم برهان أن $GE \parallel BC$

محيطيات تقابلان قوسًا واحدًا AC $\angle AEC=\angle ABF$ (C)



إذا كان في مثلثين زاويتين متساويتين فالثالثة متساوية $\angle AFB=\angle AEC=\beta$



لذا توصلنا الى ان

$\measuredangle BFA = \beta = \measuredangle ACE$

وبسبب البند (β)

$\measuredangle ACE = \measuredangle GEA = \beta$

$\measuredangle BFA = \measuredangle GEA = \beta$

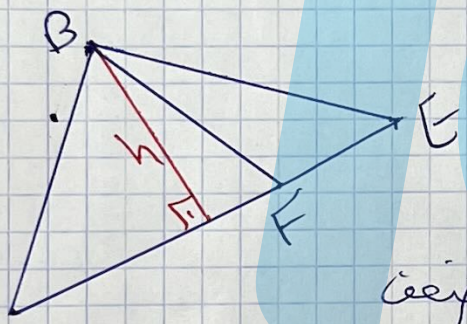
وهي زوايا متناظرة

بين المستقيمين GE و BC

بسبب $\overline{AE}$ قاطع وبالتالي نستنتج ان $GE \parallel BC$

وهو المطلوب

لـ. بحسب المعطيات مساحة $\triangle ABF$ ضعف مساحة $\triangle BFE$



لاحظ ان المثلثين نفس الارتفاع h لذلك وبما ان مساحة $\triangle ABF$ ضعف $\triangle BFE$ اذا قاعدة ABF اي AF ضعف قاعدة FE.

$AE = 9\sqrt{3} \Leftarrow AF + FE = 9\sqrt{6} \Leftarrow 2FE$

$EF = 3\sqrt{6}$

$AF = 6\sqrt{6}$

www.IQsmart.co.il

في المثلث AGE و $GE \parallel BF$ (حسب ما أثبتنا)

اذا بحسب نظرية طاليس سيتحقق:

$$\frac{AB}{AG} = \frac{AF}{AE} \Rightarrow \frac{AB}{18} = \frac{6\sqrt{6}}{9\sqrt{6}} = \frac{2}{3} \Rightarrow AB = 12$$

ب. $\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{ABC}} = \frac{AB}{AC} \Leftarrow \frac{0.5 AB \cdot AF \cdot \sin\alpha}{0.5 AC \cdot AF \cdot \sin\alpha} = \frac{S_{ABF}}{S_{AFC}} = ?$

$\frac{AB}{AC} = \frac{4}{9} \Leftarrow \frac{AB}{AC} = \frac{12}{27}$ بتقليص

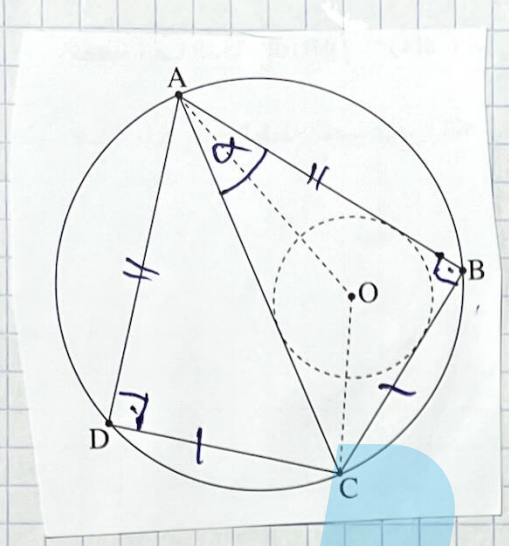
$\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{4}{9}$ اذا

حل سؤال 5

بحسب المعطيات :

1. ABCD رباعي محصور داخل دائرة نصف قطرها R

2. O هي مركز الدائرة المحصورة داخل المثلث ABC .



1.P في الشكل الرباعي المحصور داخل دائرة فإن مجموع كل زاويتين متقابلتين هو 180

ولذلك $\measuredangle ADC + \measuredangle ABC = 180$

في الدائرة الزوايا المقابلة للقطر الوتر AC متساوية

أي $\measuredangle ADC = \measuredangle ABC$ وبالتالي نستنتج أن

$\measuredangle ABC = ADC = 90$

وبما أن AC مقابلة لـ $\measuredangle ABC$ وهي محيطية أيضاً فإن AC هو قطر الدائرة $\Leftarrow \boxed{AC = 2R}$

أو في ΔABC $\measuredangle AC = 90 - \alpha \Leftarrow$ (لأن مجموع زوايا المثلث 180)

النقطة O هي مركز الدائرة المحصورة داخل ΔABC ومركز الدائرة المحصورة داخل مثلث هو ملتقى منصفات الزوايا في المثلث وبالتالي AO ، CO هي منصفات الزوايا $\measuredangle BAC$ و $\measuredangle ACB$ على التلاؤم.

$\boxed{\measuredangle OAC = \frac{\alpha}{2}}$ $\boxed{\measuredangle ACO = \frac{90-\alpha}{2}}$ وبالتالي

$\measuredangle AOC = 180 - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{90-\alpha}{2}\right) = 180 - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{90}{2} - \frac{\alpha}{2}\right)$

$\boxed{\measuredangle AOC = 135}$

www.IQsmart.co.il

2P — $\triangle AOC$ في $\frac{AC}{\sin\angle AOC} = \frac{AO}{\sin\angle ACO}$:نستعمل

$$\frac{2R}{\sin 135} = \frac{AO}{\sin\left(\frac{90-\alpha}{2}\right)} \Rightarrow AO = \frac{2R\cdot\sin\left(45-\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin 135}$$

$$\Rightarrow AO = \frac{2R\cdot\sin\left(45-\frac{\alpha}{2}\right)}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \boxed{AO = 2\sqrt{2}R\sin\left(45-\frac{\alpha}{2}\right)}$$

ب. نعلم أن $AO = R\cdot\sqrt{2}$ إذا تحولت وتبين α

$$AO = 2\sqrt{2}R\cdot\sin\left(45-\frac{\alpha}{2}\right) = R\cdot\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2\sin\left(45-\frac{\alpha}{2}\right) = 1$$

$$\sin\left(45-\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$45-\frac{\alpha}{2} = 30 \Rightarrow 15 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \boxed{30 = \alpha}$$

أو $45-\frac{\alpha}{2} = 150 \Rightarrow$ نجعل على α سالبة ← غير ممكن

إذاً ← $\boxed{\alpha = 30}$

ب- معلوم أن مساحة المثلث هي $16\sqrt{3}$

إذاً $\triangle ABC$ قائمة $\angle ABC$ ، $\alpha = 30$ بما أن

وزواياه 90 ، 60 ، 30.

وبالتالي النسبة بين أطوال أضلاعه هي $1:\sqrt{3}:2$

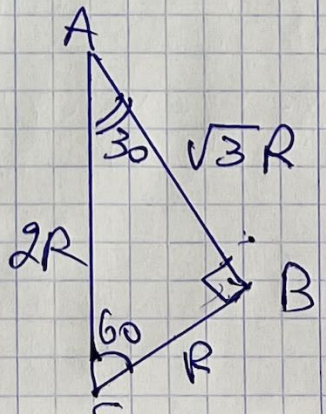
والقائم المقابل للزاوية 30 مساوٍ لنصف الوتر

مساحة المثلث ABC هي $\frac{AB\cdot BC}{2}$ ، $\frac{\sqrt{3}R\cdot R}{2}$

ومساحة المثلث الذي وتره $\frac{2\cdot\sqrt{3}R^2}{2}$ هي $\sqrt{3}R^2$

(مثلث ABC)

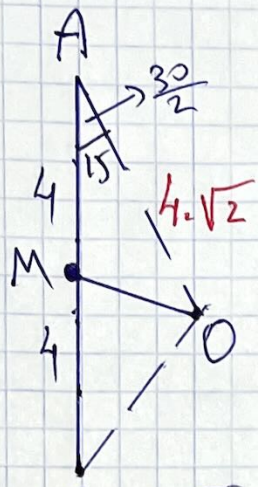
ونتحقق $\sqrt{3}R^2 = \sqrt{3}\cdot 16 \Rightarrow R^2 = 16 \Rightarrow \boxed{R = 4}$



www.IQsmart.co.il

ه. مركز الدائرة الكبيرة هي منتصف AC.

نرمز لمنتصف AC بـ M



$$AO = 2\sqrt{2}R \cdot \sin\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$AO = 2\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sin\left(45 - \frac{30}{2}\right)$$

$$AO = 8 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin 30 = 8 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\boxed{AO = 4\sqrt{2}}$$

في ΔAOM نطبق حاسبة الـ cos:

$$OM^2 = (AM)^2 + (AO)^2 - 2AM \cdot AO \cdot \cos 15$$

$$OM^2 = 4^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4\sqrt{2} \cdot \underbrace{\cos 15}_{0.966}$$

$$OM^2 = 16 + 32 - 32\sqrt{2}\cos 15$$

$$OM^2 = 48 - 43.716 = 4.284$$

$$OM = \sqrt{4.284} = 2.0697$$

$$\boxed{OM = 2.07}$$

www.IQsmart.co.il

حل سؤال 6

$f(x)=\frac{2a-x^2}{x}$ مجال التعريف $x\neq 0$ و a موجب

1.P) $x=0$ خط تقارب عمودي
ولا يوجد خط تقارب أفقي.

2.P) نبرهن ان $f(-x)=-f(x)$ وعندها الدالة فردية.

$$f(-x)=\frac{2a-(-x)^2}{-x}=-1\cdot\frac{2a-x^2}{x}=-f(x)$$

إذن $f(-x)=-f(x)$ والدالة فردية

3.P) تقاطع مع y لا يوجد لان الدالة غير معرفة في $x=0$

تقاطع مع x $\leftarrow f(x)=0$

$$\rightarrow 0=\frac{2a-x^2}{x}\Rightarrow 2a-x^2=0\Rightarrow 2a=x^2$$

$$\Rightarrow x=\pm\sqrt{2a}$$

تقاطع مع x $(\sqrt{2a},0)$ $(-\sqrt{2a},0)$

4.P) مجالات تصاعد وتناقص الدالة $f(x)$

$$f'(x)=\frac{-2x(x)-1(2a-x^2)}{x^2}=\frac{-2x^2-2a+x^2}{x^2}$$

$$f'(x)=\frac{-x^2-2a}{x^2}=\frac{-1(x^2+2a)}{+}=-$$

(-) (+)

اي ان المشتقة دائماً سالبة ولذلك متناقصة في كل مجال تعريف:

مجالات تصاعدية: $\emptyset$ لا يوجد

مجالات تناقصية: $x>0$ او $x<0$

www.IQsmart.co.il

ס.פ 5 משיקות תמיד למעלה ולמטה

$$f''(x)=\frac{-2x\cdot x^2-2x\cdot(-x^2-2a)}{x^4}$$

$$f''(x)=\frac{-2x^3+2x^3+4ax}{x^4}=\frac{4ax}{x^4}=\frac{4a}{x^3}$$

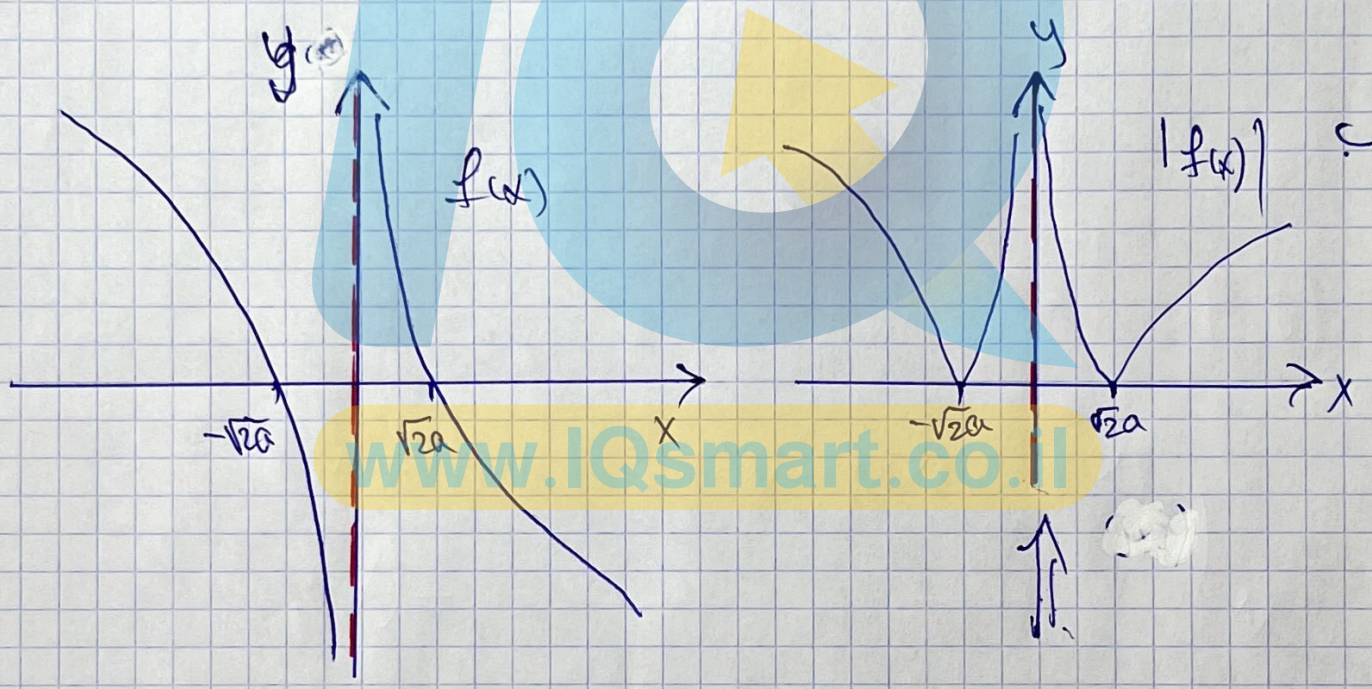
$$f''(x)=\frac{4a}{x^3}$$

$4a$ תמיד חיובי

x^3 חיובי לכל $x>0$ ושלילי לכל $x<0$

לכן $f''(x)>0 \Leftarrow x>0$ תחום התקעור למעלה

$f''(x)<0 \Leftarrow x<0$ תחום התקעור למטה

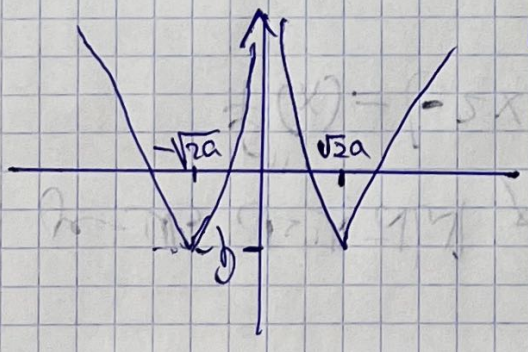


ב. $g(x)=|f(x)|-b$ b פרמטר חיובי

(b חיובי)

הפונקציה $g(x)$ עבורה מן הראשה אל הרשע חסומה ב b ומעל

ובהתאם גרף הפונקציה שיקבל



www.IQsmart.co.il

د. الإحداثي x للنقطة الحرجة لدالة $g(x)$ هو $\sqrt{2a}$

والإحداثي $y=-b$ وبالتالي يتحقق

$(\cdot)^2$ $\sqrt{2a}=3$ $\quad -8=-b$

$2a=9$ $\quad \boxed{b=8}$

$\boxed{a=4.5}$

هـ. $S(x)=\int_1^x g(t)dt$ المعرفة في المجال $x>1$

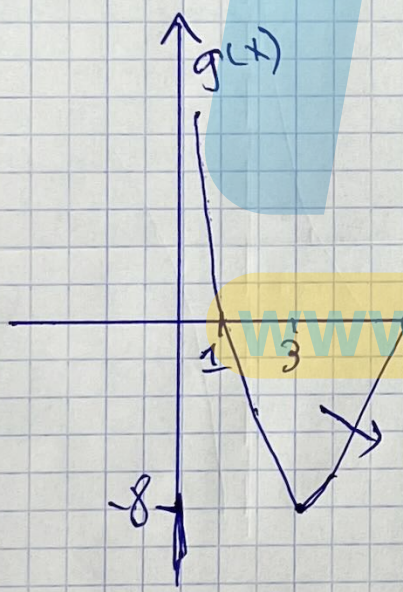
$g(1)=|f(1)|-8 \Rightarrow g(1)=\left|\frac{2(4.5)-1^2}{1}\right|-8$

$g(1)=\left|\frac{9-1}{1}\right|-8=8-8=0$

$g(1)=0$

وبالتالي الدالة $S(x)$ هي دالة التكامل لدالة $g(x)$ في المجال $x>1$

وسيبين رسم $g(x)$ في المجال المرفق



عملياً $g(x)$ هي مشتقة الدالة $S(x)$

وفي المجال $1<x<x_k$ الدالة سالبة

أي S متناقصة

وفي المجال $x>x_k$ الدالة موجبة والدالة S متزايدة

x	1	$1<x<x_k$	x_k	$x>x_k$
$S'(x)=g(x)$		$-$	0	$+$
$S(x)$	0	↘	min	↗

x_k لدالة S min

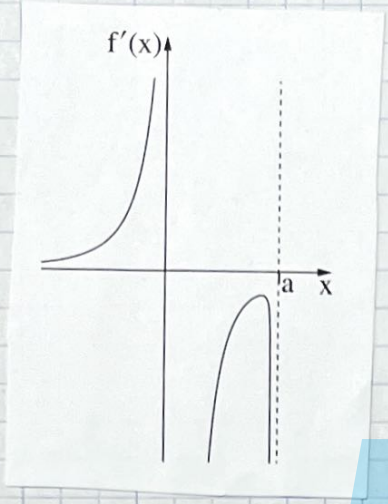
ملاحظة:

في النقطة $x=3$ هي نقطة مشكوك للدالة $g(x)$ وتشتق الدالة $g'(x)$ غير معرفة هناك

www.IQsmart.co.il

حل سؤال 7

بحسب المعطيات لـ $f'(x)$ يوجد 3 خطوط تقارب معادلاتها $x=0$ $x=a$ $y=0$



$f(x)$ موجبة وتصاعدية في $x<0$

المستقيم $x=0$ هو ايضاً خط تقارب للدالة $f(x)$ ويتحقق ان $f(a)=0$

مجال تعريف الدالة $f(x)$ هو $x<a$ $x\neq 0$

(1.أ) المستقيم موجبة ← الدالة تصاعدية للدالة

$f(x)$ تصاعدية في المجال $x<0$

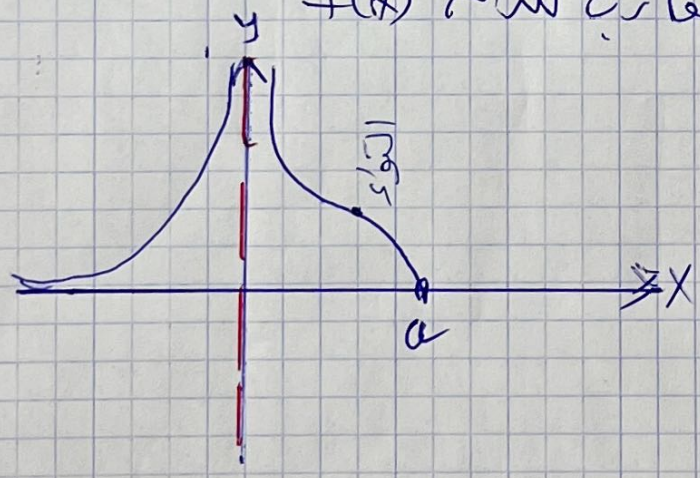
المستقيم سالبة ← الدالة تناقصية

$f(x)$ تناقصية في المجال $0<x<a$

(2.أ) نقطة القوى الدالة هي نقطة تصوى للمشتقة ولذلك ← للدالة يوجد نقطة قوى واحدة لانه للمشتقة يوجد نقطة تصوى واحدة.

www.iQsmart.co.il

ب- $y=0$ هو خط تقارب للدالة $f(x)$



ب- بسبب المقام $f(x)$ لا تعرف عند $x=0$ لذلك يقام الدالة بالصورة حيث $x \neq 0$.
كذلك فيال تعريف الدالة هو $x \leq a$ $x \neq 0$
إذاً الشرط هو $\sqrt{a-x}$
وبالتالي:

$$\boxed{\text{I}\quad f(x)=\frac{\sqrt{a-x}}{x^2}}$$

د.

$$f'(x)=\frac{\frac{-1}{2\sqrt{a-x}}\cdot x^2-2x\cdot\sqrt{a-x}}{x^4}$$

$$f'(x)=\frac{-x^2-4x\cdot(a-x)}{2\sqrt{a-x}\cdot x^4}=\frac{x^2-4ax+4x^2}{2\sqrt{a-x}\,(x^4)}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{3x^2-4ax}{2\sqrt{a-x}\cdot x^4}}$$

$$f'(2)=\frac{3(2)^2-4a(2)}{2\sqrt{a+2}\cdot 2^4}=\frac{7}{16}\Rightarrow \frac{12+8a}{32\sqrt{a+2}}=\frac{7}{16}\ /16$$

$$\Rightarrow \frac{12+8a}{2\sqrt{a+2}}=7\Rightarrow 12+8a=14\cdot\sqrt{a+2}\ /:2$$

$$6+4a=7\cdot\sqrt{a+2}\xrightarrow{()^2}(6+4a)^2=49(a+2)$$

$$36+48a+16a^2=49a+98$$

$$\Rightarrow 16a^2-a^2-62=0$$

$\boxed{a_1=2}$

a_2 لا يوجد

لا يوجد أي a يوجد

www.IQsmart.co.il

$\Leftarrow a=2$ — ⊖

$$f(x)=\frac{\sqrt{2-x}}{x^2}$$

$$f^2(x)=\frac{(2-x)}{x^4}\geq 0 \quad x \text{ לכל}$$

נגזרת ראשונה שלילית.

$$\int_1^2 f^2(x)\,dx=\int_1^2 \frac{2-x}{x^4}\,dx=\int_1^2 \frac{2}{x^4}-\frac{1}{x^3}\,dx$$

$$\int_1^2 2x^{-4}-x^{-3}\,dx=\left[\frac{2x^{-3}}{-3}-\frac{x^{-2}}{-2}\right]_1^2$$

$$\left[\frac{-2}{3}\cdot x^{-3}+\frac{x^{-2}}{2}\right]_1^2=\left(\frac{2}{3}(2)^{-3}+\frac{2^{-2}}{2}\right)-\left(\frac{2}{3}(1)^{-3}+\frac{(1)^{-2}}{2}\right)$$

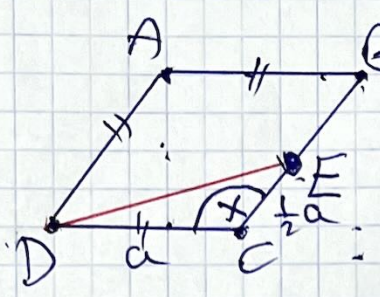
$$=\left(\underbrace{\frac{-2}{3}\cdot\frac{1}{8}}_{\left(\frac{-1}{12}+\frac{1}{8}\right)}+\underbrace{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}}\right)-\left(\frac{-2}{3}+\frac{1}{2}\right)=\boxed{\frac{5}{24}}$$

$$-\left(\frac{-1}{6}\right)=\frac{2}{24}+\frac{3}{24}+\frac{4}{24}=\boxed{\frac{5}{24}}$$

www.IQsmart.co.il

حل سؤال 8

نرسم الرسم التقريبي المعبر عن المعطيات



ABCD معين (كل الأضلاع متساوية)

E منتصف BC $\Leftarrow$ $\boxed{BE=EC}$

$\measuredangle ECD = x$

ECD في المثلث المساعد

$EC=\frac{1}{2}a$ أي a هو الوتر ضلع المعين. نقرأ

$$S_{DECD} = \frac{1}{2} EC \cdot DC \cdot \sin x$$

$$25 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}a \cdot a \cdot \sin x \Rightarrow 25 = \frac{1}{4}a^2 \cdot \sin x$$

$$\Rightarrow 100 = a^2 \sin x \Rightarrow \sqrt{\frac{100}{\sin x}} = a \Rightarrow \boxed{\frac{10}{\sqrt{\sin x}} = a}$$

$$DE = \frac{5}{\sqrt{\sin x}} \qquad DC = \frac{10}{\sqrt{\sin x}} \quad \text{:نجد}$$

www.IQsmart.co.il

بتطبيق قانون الـ cos في المثلث EDC يتحقق

$$DE^2 = DC^2 + EC^2 - 2DE \cdot EC \cdot \cos x$$

$$DE^2 = \frac{100}{\sin x} + \frac{25}{\sin x} - 2 \cdot \frac{10}{\sqrt{\sin x}} \cdot \frac{5}{\sqrt{\sin x}} \cdot \cos x$$

$$DE^2 = \frac{125}{\sin x} - \frac{100}{\sin x} \cdot \cos x \Rightarrow f^2(x) = \frac{125}{\sin x} - \frac{100\cos x}{\sin x}$$

بما أن DE طول ضلع لذلك هو مقدار موجب

لذلك DE^2 هو أيضاً موجب والدالة $f(x)$ ، $f^2(x)$

بهذه الحالة (الدالتين موجبتين) لهم نفس الاطراف x

للمقام القصوى ومن نفس النوع،

نذكر $f(x)$ ↓ $f'(x)$

$f^2(x)$ ↓ $2f \cdot f'(x)$ موجبة

بالتالي نفس الـ x للمقام القصوى ومن نفس النوع.

نجد حتمًا الدالة التي تعبر عن DE^2

$$DE^2 = f^2(x) = \frac{125}{\sin x} - \frac{100\cos x}{\sin x}$$

$$f^2(x) = \frac{125 - 100\cdot\cos x}{\sin x}$$

$$\left(f^2(x)\right)' = \frac{-100\cdot(-\sin x)\cdot\sin x - \cos x(125 - 100\cos x)}{\sin^2 x}$$

$$\left(f^2(x)\right)' = \frac{100(\sin^2 x + \cos^2 x) - 125\cos x}{\sin^2 x}$$

$$\left(f^2(x)\right)' = \frac{100\cdot 1 - 125\cos x}{\sin^2 x} = 0$$

$$100 - 125\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{100}{125}$$

$$\cos x = 0.8 \Rightarrow \boxed{x = 36.87}$$

اقبل x زاوية حادة

نصف النقطة: بما أن المقام في الحتمة موجب لذلك إشارة الحتمة الثانية تحدد إشارة الحتمة المبحث في نقطة الشك.

www.iGsmart.co.il

$f''(36.87) = ?$

$f''(\text{بدل}) = (100 - 125\cos x)' = 0 - 125(-\sin x)$

$f''(\text{بدل}) = 125\sin x = 125 \cdot \sin 36.87 > 0$

.מינימום $x=36.87$ לכן

DE נמצא

$$DE^2 = \frac{125}{\sin x} - \frac{100\cos x}{\sin x}$$

$$DE^2 = \frac{125}{\sin 36.87} - \frac{100 \cdot \cos 36.87}{\sin 36.87}$$

$$DE^2 = \frac{125 - 100 \cdot (0.8)}{0.6} = \frac{45}{0.6} = 75$$

$$\boxed{DE = \sqrt{75}}$$

www.IQsmart.co.il