حل نموذج بجروت

(804)-481

موعد (بـ) صيف 2022

طاقم الرياضيات

معهد IQ
www.IQsmart.co.il

مُلاحظة:

في موعد (ب) كان 3 صِيّغ (גרסאות) مُختلفة للامتحان والحل المعروض هو لإحدى هذه الصيّغ- الصيغة مُرفقة في الموقع.

سؤال 1 :

	مسافة	زمن	سرعة	
داني	V_1	1 ساعة	V_1	يوم الأحد حتى الالتقاء
ربيع	V_2	1 ساعة	V_2	
داني	42	$\frac{42}{V_1}$	V_1	يوم الاثنين حتى الالتقاء
ربيع	$(\frac{42}{V_1}-1)V_2$	$\frac{42}{V_1}-1$ ⊗	V_2	

⊗ ربيع خرج بعد ساعة من خروج داني

داني سار مدة $\frac{42}{V_1}$ ساعة ، لذلك

ربيع سار $\frac{42}{V_1}-1$ ساعة

(أ) ربيع وداني سارا باتجاه بعضهما البعض ، لذلك :

يوم الأحد : (I) $V_1+V_2=96$ ⇐ $\boxed{V_2=96-V_1}$

يوم الاثنين : (II) $42+(\frac{42}{V_1}-1)V_2=96$

(II) $42+(\frac{42}{V_1}-1)V_2=96$

$V_1 \times (\frac{42}{V_1}-1)\cdot V_2=54V_1$ ، $96-42=54$

$\boxed{42V_2-V_2V_1=54V_1}$

نعوض $V_2=96-V_1$ ∴

$42(96-V_1)-(96-V_1)V_1=54V_1$

www.iqsmart.co.il

$$4032 - 42V_1 - 96V_1 + V_1^2 = 54V_1$$

$$V_1^2 - 192V_1 + 4032 = 0$$

$$\frac{192 \pm \sqrt{36864 - 4(4032)}}{2} =$$

$$\frac{192 \pm 144}{2} \nearrow \frac{48}{2} = 24$$

$$\searrow \frac{336}{2} = 168 > 96$$ مرفوض

إذاً:

سرعة داني : 24 كم/س

سرعة ربيع : $V_2 = 96 - 24 = 72$ كم/س

(ب) نجد الزمن الذي وصل به ربيع الى البلدة B.

$$\frac{96}{72} = 1\frac{1}{3}$$ ساعة.

داني سار ساعة اكثر من ربيع يوم الاثنين, فذلك

داني سار $2\frac{1}{3}$ ساعة يوم الاثنين

نجد المسافة التي قطعها داني بهذه ساعتين وثلث :

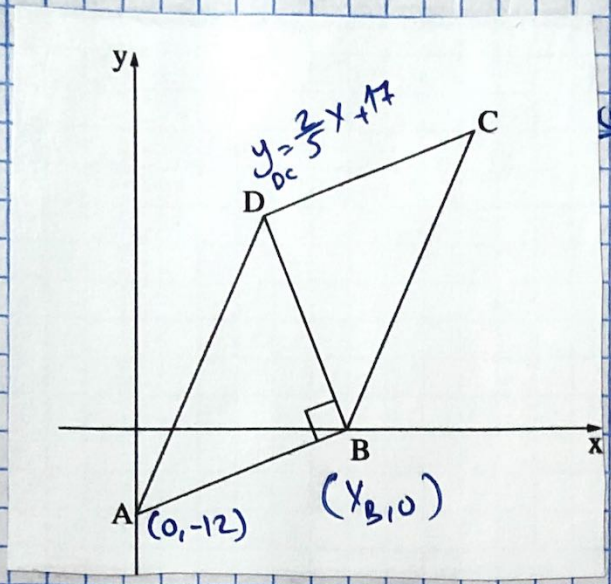
$$24 \cdot 2\frac{1}{3} = 56$$ كم

قطع داني مسافة 56 كم من المدينة B, إذاً

فهو بعيداً عن المدينة A مسافة $96 - 56 = 40$ كم

www.tqsmart.co.il

السؤال الثاني :



(أ) معطى أنه $DB \perp AB$ والمطلوب برهان أن الشكل متوازي أضلاع، إذا: ميل المستقيم AB m_{AB} يساوي ميل المستقيم BD m_{BD}

$m_{DC} = m_{AB}$ ←

$$\frac{-12-0}{0-x_B} = \frac{2}{5}$$

$$-12(5) = -2x_B$$

$$60 = 2x_B$$

$$x_B = 30$$

← معطى أن B تقع على محور x إذا $y_B = 0$

← من هنا: $\boxed{B(30,0)}$

(ب) معطى $AB \perp BD$ إذا $m_{AB} \cdot m_{DB} = -1$ ← ميل المستقيم

$$\frac{2}{5} \cdot m_{DB} = -1$$

$$\boxed{m_{DB} = \frac{-5}{2}}$$

من هنا، معادلة DB: $y = \frac{-5}{2}x + b$

نعوض النقطة $B(30,0)$ في المستقيم ونجد المعادلة:

$$0 = \frac{-5}{2}(30) + b$$

$$b = 75$$

$$\Rightarrow \boxed{y_{DB} = \frac{-5}{2}x + 75}$$

www.iQsmart.co.il

(*) المثلث ABD محصور داخل الدائرة . إذاً $\angle DBA$ زاوية محيطية قائمة , من هنا نستنتج بسهولة:
الزاوية المحيطية القائمة تقابل القطر ← AD قطر الدائرة.

لدينا النقطة D:

نحل معادلتين بمتغيرين: $y_{DB} = y_{DC}$ ←

$$-2.5x + 75 = \frac{2}{5}x + 17$$

$$-12.5x + 375 = 2x + 85$$

$$290 = 14.5x \quad /:14.5$$

$$\boxed{x = 20}$$

نعوّض $x_D = 20$ في معادلة المستقيم DC ونجد y_D:

$$y_{DC} = \frac{2}{5} \cdot 20 + 17$$

$$y_{DC} = 25$$

إذاً: $\boxed{D(20, 25)}$

لدينا طول القطر AD: $A(0, -12)$ ، $D(20, 25)$.

$$|AD| = \sqrt{(0-20)^2 + (-12-25)^2} = \sqrt{17769}$$

إذاً طول نصف القطر هو:

$$\boxed{R = \frac{|AD|}{2} = \sqrt{44225}}$$

لدينا مركز الدائرة (منتصف AD (منتصف القطر)):
نرمز لمركز الدائرة بـ M. إذاً:

$$x_M = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{20+0}{2} = 10$$

$$y_M = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{25-12}{2} = 6.5$$

إذًا، معادلة الدائرة

$$(X-10)^2+(y-6.5)^2=442.25$$

(د) نجد ميل نصف القطر BM:

$$\frac{y_M-y_B}{x_M-x_B}=\frac{6.5-0}{10-30}=\frac{6.5}{-20}=-0.325$$

ميل AD = ميل BC • نجد ميل AD:

$$\frac{y_D-y_A}{x_D-x_A}=\frac{25+12}{25-0}=1.85$$

من هنا: ميل BC • ميل BM = $-0.60125 \neq -1$

من هنا نستنتج أن BC لا يعامد BM.

إذًا حسب النظرية: المماس يعامد نصف القطر بنقطة التماس، نستنتج ان BC ليس مماسًا.

www.iQsmart.co.il

سؤال 3

بحسب معطيات السؤال نفهم:-

* في ملجأ الحيوانات يوجد قطط وكلاب فقط.
** كل الحيوانات تتوزع بين بالغة ومدينة السن.
*** 40% من الحيوانات هي قطط والباقي كلاب اي ان الكلاب تشكل 60% من الحيوانات في الملجأ.
**** عدد الكلاب المدينة السن في ملجأ الحيوانات هو ضعف عدد الكلاب البالغة. وبالتالي:

$\frac{1}{3}$ الكلاب في الملجأ هي بالغة وتشكل $60\% \cdot \frac{1}{3} = 20\%$

$\frac{2}{3}$ الكلاب في الملجأ هي مدينة السن وتشكل $60\% \cdot \frac{2}{3} = 40\%$

أ- بحسب الشرح السابق نسبة الكلاب البالغة هي 20%

وبالتالي احتمال اختيار كلب بالغ هو $0.2 = 20\%$

ب- بما أن الحيوانات البالغة في الملجأ تشكل 50% بحسب معطيات السؤال- والكلاب البالغة تشكل 20% من الحيوانات في الملجأ إذاً القطط البالغة تشكل $50\% - 20\% = 30\%$

وبالتالي لاحتمال ان نختار قطة بالغة من بين القطط هو:

$$P(\text{اختيار قطة بالغة} \mid \text{اختيار قطة}) = \frac{\text{اختيار قطة بالغة}}{\text{اختيار قطة}} = \frac{30\%}{40\%} = 75\% = 0.75$$

ج- الكلاب البالغة تشكل 20% من الحيوانات بالملجأ وعددها 12 (حسب المعطى). القطط في الملجأ تشكل 40% من الحيوانات اي تشكل ضعف الكلاب البالغة وبالتالي عدد القطط في الملجأ هو $12 \cdot 2 = 24$

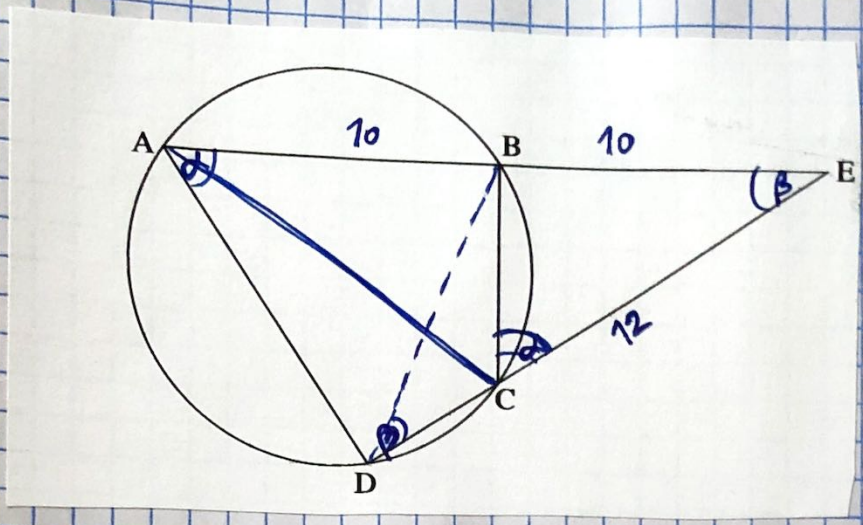
د- عدد القطط في الملجأ 24 واحتمال اختيار قطة بالغة هو 0.75

لذلك عدد القطط البالغة هو $24 \cdot 0.75 \leftarrow 18$.

ان الاحتمال لاختيار الاولى هو $\frac{18}{24}$ والثانية $\frac{17}{23}$ والاحتمال لاختيار قطتين هو $\frac{18}{24} \cdot \frac{17}{23} \leftarrow \frac{51}{92} \leftarrow 0.554$

www.tasmarat.com

سؤال 4 :



(P) نرمز $\measuredangle BAD = \alpha$.

الـ ٤ كل الرباعي ABCD محصور داخل دائرة , اذاً

$\measuredangle BCD = 180 - \alpha$.

من هنا ,

$180 - \measuredangle BCD = \measuredangle BCE$

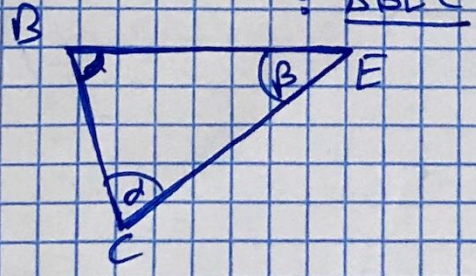
$180 - (180 - \alpha) = \measuredangle BCE$ ⟸

اذاً :

$\measuredangle BCE = \alpha = \measuredangle BAD$.

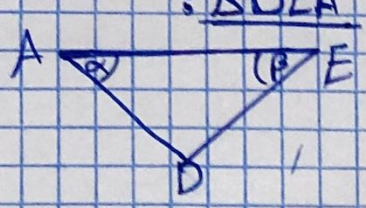
(ب) نرمز لـ $\measuredangle AED = \beta$

: ΔBEC



$\measuredangle CBE = 180 - \alpha - \beta$

: ΔDEA



$\measuredangle ADE = 180 - \alpha - \beta$

$\Delta BEC \sim \Delta DEA$ نسبب لنبرز :

① $\measuredangle BEC = \measuredangle AED = \beta$ زاوية مشتركة

② $\measuredangle BCE = \measuredangle DAE = \alpha$ نسبب بـ P .

③ $\measuredangle CBE = \measuredangle ADE = 180 - \alpha - \beta$ زاوية مكملة لـ 180 .

www.IQsmart.co.il

(ب) نثبت بنفسك $\triangle DEA \sim \triangle BEC$. ولذلك نسبة التشابه :

(أ)

$$\frac{DE}{BE} = \frac{AE}{CE} = \frac{AD}{BC} = \frac{5}{3}$$ إذاً ،

(معطى)

$$AE = AB + BE$$ *

$$\boxed{AE = 10 + BE}$$

(معطى)

من هنا :

$$\frac{AE}{CE} = \frac{AD}{BC} = \frac{5}{3}$$

نعوض : $AE = 10 + BE$

$$\frac{10+BE}{EC} = \frac{5}{3}$$

$$3(10+BE) = 5 \cdot EC$$

$$30 + 3BE = 5 \cdot 12$$

(معطى $CE = 12$)

$$3BE = 30$$

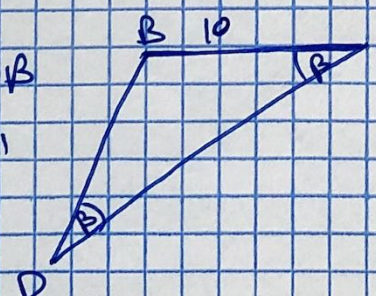
$$\boxed{BE = 10}$$

(ب) لدينا $\angle BEC = \beta$ ، وبحسب السؤال $\angle BEC = \angle BDC = \beta$ *

في $\triangle DBE$:

$\angle BDE = \angle BED = \beta$

إذاً نستنتج أن $\triangle DBE$ متساوي الساقين : $DB = BE = 10$



www.IQsmart.co.il

$\measuredangle ADB$ مقابل للوتر AB ، و $\measuredangle ACB$ مقابلة AB

إذاً $\measuredangle ADB = \measuredangle ACB$.

من البند السابق : $BE = AB$

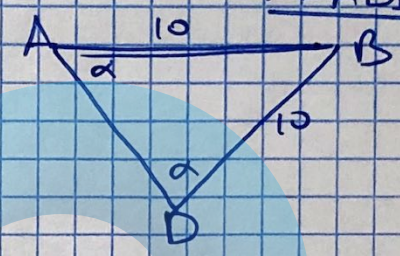
واستنتجنا أنه $BE = AB = BD$.

إذاً ΔABD متساوي الساقين $(AB = BD)$

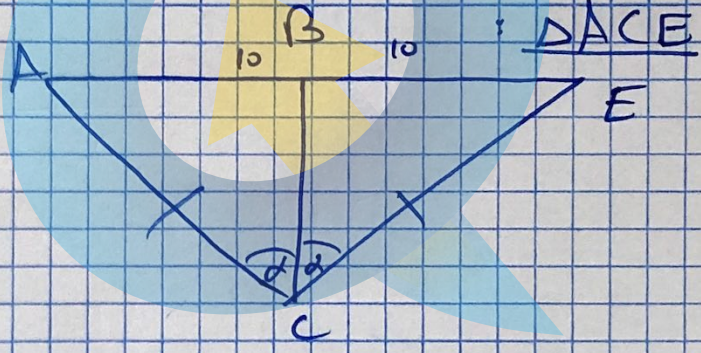
إذاً $\measuredangle ADB = \measuredangle BAD = \alpha$

من هنا : $\measuredangle ADB = \measuredangle ACB = \alpha$.

ΔADB :



ΔACE :



CB ينصف AE و منصف الزاوية $\measuredangle ACE$

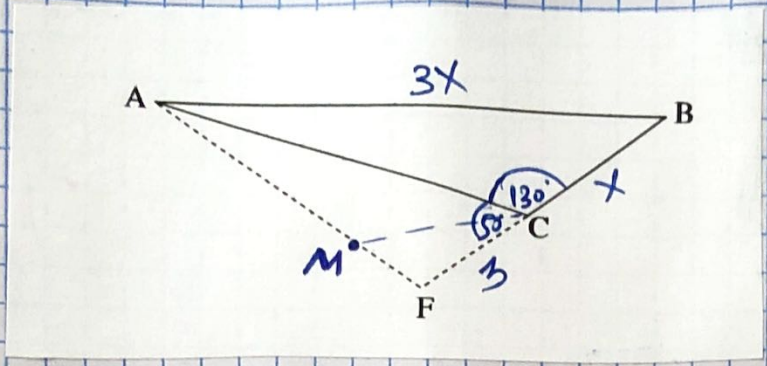
إذاً CB ارتفاع في المثلث ACE إذاً

ACE متساوي الساقين : $AC = CE$.

(2) من البند السابق $\measuredangle ABC = 90°$ زاوية محيطية قائمة مقابلة للقطر (عكس النظرية) إذاً AC قطر الدائرة .

www.tgsmart.com.jo

السؤال 5 :



بحسب المعطيات :

BC تمثل f 3 AB

BC = X نفرض

AB = 3X أن

$\measuredangle ACB = 130°$ و

(أ) بحسب قانون sin الموسّع :

$$\frac{BC}{\sin(\measuredangle BAC)} = \frac{AB}{\sin(\measuredangle ACB)}$$

$$\frac{X}{\sin(\measuredangle BAC)} = \frac{3X}{\sin(130°)}$$

$$\frac{X}{3X} = \frac{\sin(\measuredangle BAC)}{\sin(130°)}$$

$$0.25535 = \sin(\measuredangle BAC)$$

$$\boxed{\measuredangle BAC = 14.79°}$$

(ب)

$$\measuredangle ABC = 180° - 130° - 14.79°$$

$$\boxed{\measuredangle ABC = 35.21°}$$

بحسب قانون sin :

$$16 = S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin(\measuredangle ABC)}{2} = \frac{3X \cdot X \cdot \sin(35.21°)}{2}$$

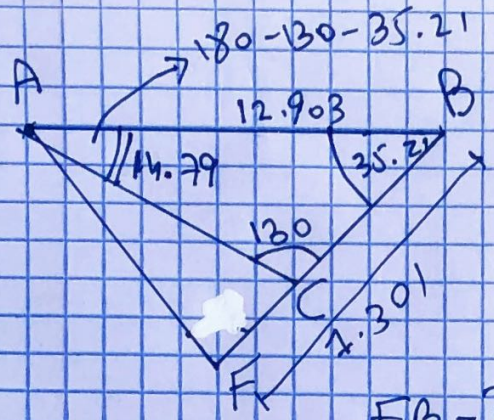
$$S_{\Delta ABC} = \frac{3X^2 \cdot 0.57657}{2} = 16$$

$$0.86486X^2 = 16$$

$$\boxed{X = 4.301}$$

$$\boxed{BC = 4.301} \Leftarrow$$

www.jeemart.co.il



ABC في المثلث (P)

$AB = 3BC = 3 \cdot (4.301)$

$\boxed{AB = 12.903}$

$FB = \overset{3}{FC} + \overset{4.301}{CB}$ لدينا: $FC = 3$ حيث

$\boxed{FB = 7.301}$

في المثلث ABF نطبق بحسب قانون الـ cos الموسع:

$$AF^2 = AB^2 + FB^2 - 2AB \cdot FB \cdot \cos(\measuredangle ABF)$$

$$AF^2 = (12.903)^2 + (7.301)^2 - 2 \cdot (12.903)(7.301) \cdot \cos 35.21$$

$$AF^2 = 166.5 + 53.3046 - 153.9389$$

$$AF^2 = 65.8656 \Rightarrow \boxed{AF = 8.115}$$

(2) $\measuredangle ACF = 50°$ (قابلة) $(130°)$.

CM تعرف الزاوية المطلوبة بزاوية من الزوايا الناتجة عن

في المثلث AFB بحسب قانون الـ sin الموسع نطبق

$$\frac{FB}{\sin \measuredangle FAB} = \frac{AF}{\sin 35.21} \Rightarrow \frac{7.301}{\sin(\measuredangle FAB)} = \frac{8.115}{0.5765}$$

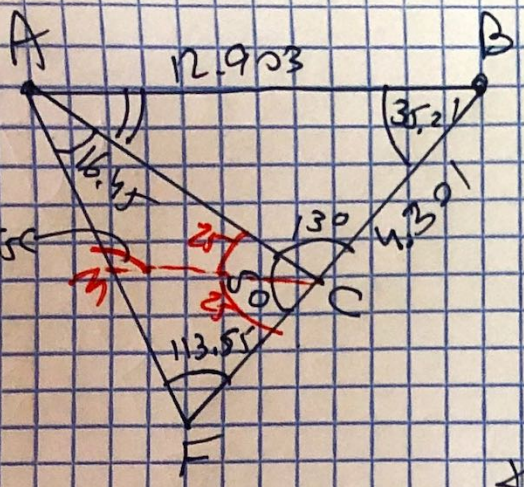
$$\Rightarrow \sin \measuredangle (FAB) = \frac{(0.5765)(7.301)}{8.115} = 0.5186$$

$$\Rightarrow \sin(\measuredangle FAB) = 0.5186 \Rightarrow \measuredangle FAB = 31.243$$

$$\measuredangle CAF = \measuredangle FAB - \measuredangle CAB \Rightarrow \measuredangle CAF = 31.243 - 14.79$$

$$\boxed{\measuredangle CAF = 16.45°}$$

www.tasmirat.com



(2) في المثلث AFC

$\measuredangle F = 180 - 50 - 16.45$

$\measuredangle F = 113.55$

في المثلث AMC نبحث عن:

$\measuredangle AMC = 180 - 25 - 16.45$

$\boxed{\measuredangle AMC = 138.55}$

بتطبيق قانون الـ sin الموسع في المثلث AMC نجد:

$$\frac{AC}{\sin 138.55} = \frac{CM}{\sin 16.45} \Rightarrow \frac{AC}{0.662} = \frac{CM}{0.283}$$

$$\Rightarrow \frac{0.283\,AC}{0.662} = CM \Rightarrow \boxed{0.4274\,AC = CM}$$

إذاً نجد طول AC أولاً ثم نجد CM

في المثلث ABC نطبق بتطبيق قانون الـ sin:

$$\frac{AC}{\sin 35.21} = \frac{AB}{\sin 130} = \frac{12.903}{\sin 130} \Rightarrow \frac{AC}{0.5765} = \frac{12.903}{0.766}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{12.903\,(0.576)}{0.766} = 9.702$$

$AC = 9.702$

نعوض في $CM = 0.4274 \cdot AC$ نجد CM

$\Rightarrow CM = 0.4274 \cdot (9.702)$

$\boxed{CM = 4.146}$

www.IQsmart.co.il

سؤال 6

$f(x)=\frac{2x-b}{x-2}+1$ حيث b عدد حقيقي.

أ- مجال تعريف الدالة $x\neq 2$

ب- نعطى أن الرسم البياني يقطع المحور y في النقطة $(0,2.5)$

أي $f(0)=2.5$ ←

$f(0)=\frac{2\cdot 0-b}{0-2}+1=2.5$

$f(0)=\frac{-b}{-2}+1=2.5 \Rightarrow \frac{b}{2}=1.5 \rightarrow b=3$ ($2.5-1$)

ج- $f(x)=\frac{2x-3}{x-2}+1$

• خطوط تقارب عمودي $x=2$

• خط تقارب أفقي

$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x-3}{x-2}+1 \rightarrow \frac{2x}{x}+1=2+1=3$

$y=3$

د- تقاطع مع x ← $y=0$

$0=\frac{2x-3}{x-2}+1 \Rightarrow -1=\frac{2x-3}{x-2} \Rightarrow -x+2=2x-3$

$\Rightarrow 3+2=2x+x \Rightarrow 5=3x \Rightarrow x=\frac{5}{3}$

$\left(\frac{5}{3},0\right)$

هـ- نجد المشتقة:

$f'(x)=\frac{2(x-2)-(2x-3)\cdot 1}{(x-2)^2}$

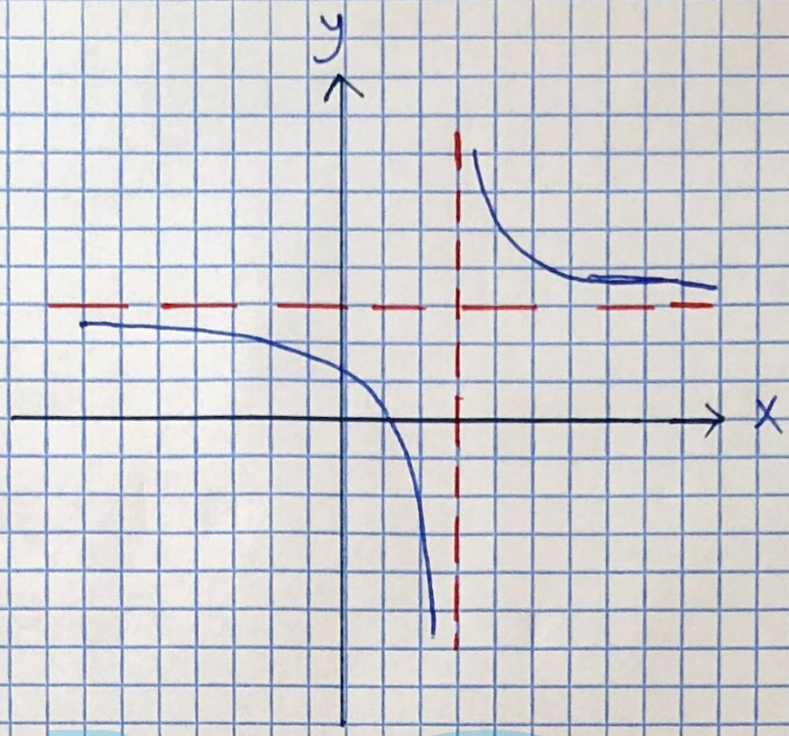
$f'(x)=\frac{2x-4-2x+3}{(x-2)^2} \Rightarrow f'(x)=\frac{-1}{(x-2)^2}$

$f'(x)$ سالبة لكل x في مجال تعريف الدالة (الدالة متناقصة)

لذلك: مجال تناقص الدالة $x<2$ أو $x>2$ نقاط: لا يوجد

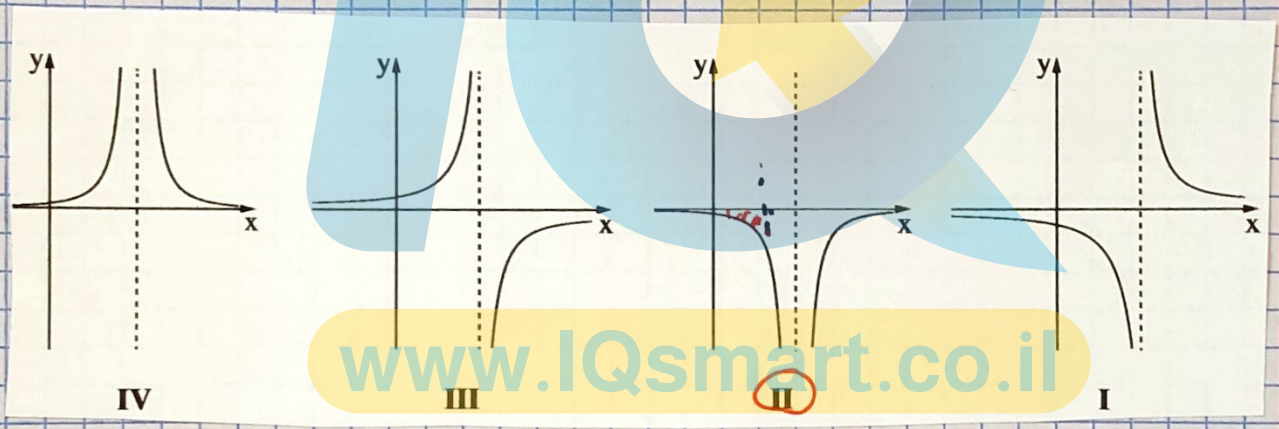
www.IQsmart.co.il

(5)



ب

ن(1) بحسب البند (ه) توصلنا الى ان المشتقة سالبة في كل مجال تعريف الدالة ولذلك فقط الرسم III هو رسم المشتقة



www.IQsmart.co.il

(2) بما أن المشتقة سالبة بين المحور y (x=0) والمستقيم x=1 لذلك المساحة هي القيمة المطلقة للتكامل لـ f'

$$S=\int_0^1 f'(x)\,dx=\left|\left[f(x)\right]_0^1\right|=\left|\left[\frac{2x-3}{x-2}+1\right]\right|=\left|\left[\frac{2\cdot1-3}{1-2}+1\right]-\left[\frac{2\cdot0-3}{0-2}+1\right]\right|$$

$$=\left|\left[\frac{-1}{-1}+1\right]-\left[\frac{-3}{-2}+1\right]\right|=\left|\left[2\right]+\left[2.5\right]\right|=\left|-0.5\right|=0.5$$

$$\text{שטח}=\frac{1}{2}$$

سؤال 7

$$f(x)=(x-9)\cdot\sqrt{2x}$$

أ. مجال التعريف $x\geq 0$

ب. تقاطع مع y ← $x=0$

$f(0)=(0-9)\cdot\sqrt{2\cdot 0}=0$

تقاطع مع x ← $(0,0)$

تقاطع مع x ← $y=0$

$0=(x-9)\sqrt{2x}$

$x=9$ أو $x=0$ $\Rightarrow$ $(0,0)/(9,0)$

ج. نجد المشتقة

$f'(x)=1\cdot\sqrt{2x}+(x-9)\cdot\frac{2}{2\sqrt{2x}}$

$f'(x)=\sqrt{2x}+\frac{x-9}{\sqrt{2x}}\Rightarrow f'(x)=0$

$\Rightarrow \sqrt{2x}+\frac{x-9}{\sqrt{2x}}=0 \Rightarrow \sqrt{2x}=-\frac{(x-9)}{\sqrt{2x}}$

$\times\sqrt{2x}$

$\Rightarrow \sqrt{2x}\cdot\sqrt{2x}=9-x \Rightarrow 2x=9-x \Rightarrow 2x+x=9$

$3x=9 \Rightarrow \boxed{x=3}$

نأخذ النقطة من د.م

$f'(1)=\sqrt{2\cdot 1}+\frac{1-9}{\sqrt{2\cdot 1}}=-4.24$

$f'(4)=\sqrt{2\cdot 4}+\frac{4-9}{\sqrt{2\cdot 4}}=1.06$

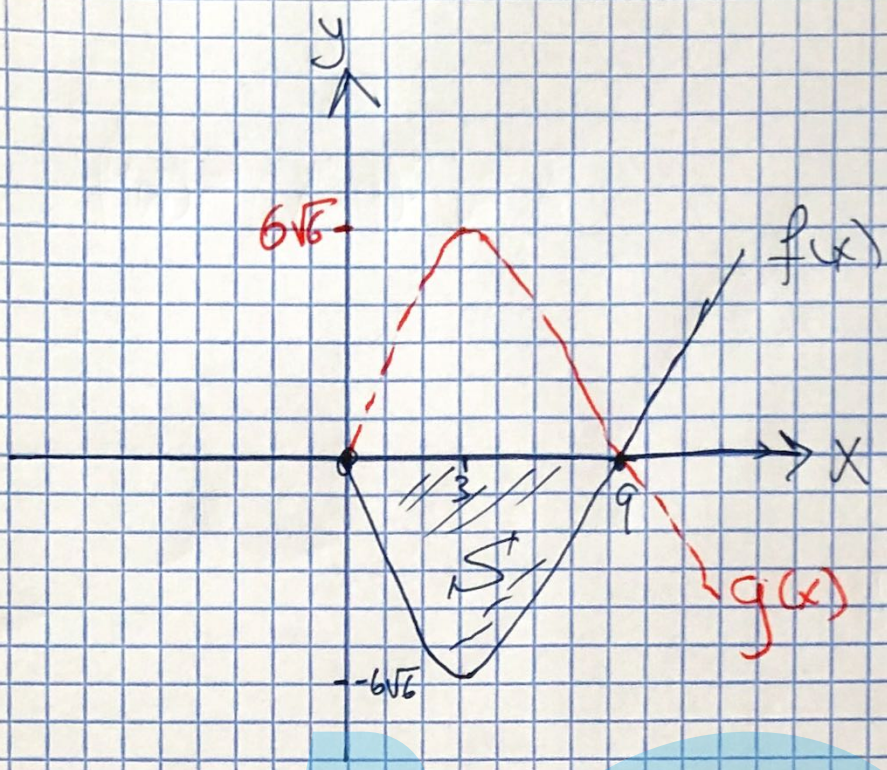
x	0	$0<x<3$ (مثلاً $x=1$)	3	$x>3$ (مثلاً $x=4$)
$f'(x)$	?	−	0	+
$f(x)$	0	↘	$-6\sqrt{6}$	↗
			min	
	$(0,0)$		$(3,-6\sqrt{6})$	

max

$f(3)=(3-9)\sqrt{2\cdot 3}=\boxed{-6\sqrt{6}}$

www.IQsmart.co.il

ب.



ج- الرسم مُرفق باللون الأحمر على نفس هيئة المحاور

د- بحيث المعطى S هي المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة f(x) والمحور x وبما أن الدالة سالبة لذلك

$$S = -\int_0^9 f(x)\,dx$$

وبما أن $g(x) = -f(x)$ فإن

$$\int_0^9 g(x)\,dx = \int_0^9 -f(x)\,dx = -\int_0^9 f(x)\,dx = S'$$

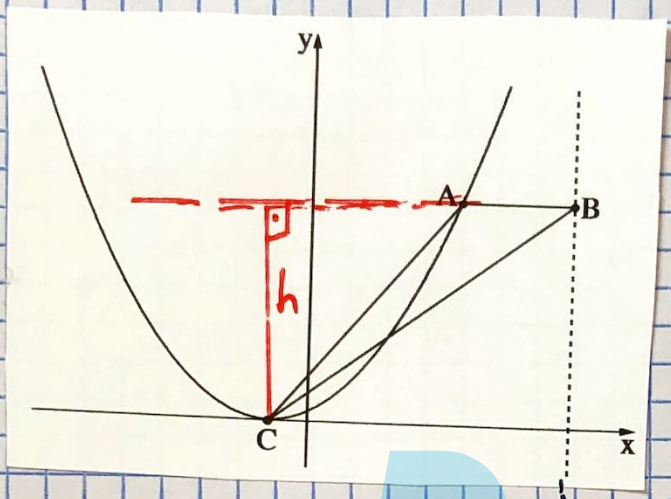
إذاً المساحة بين الدالة g(x) والمحور x هي S' أيضاً وبالتالي المساحة بين الدالتين هي:

$$S + S = \boxed{2S}$$

www.iQsmart.edu.jo

سؤال 8

$f(x) = (x+1)^2$



أ. بما أن A تقع على المالة f
لذلك تحقق التمثيل الجبري لها

$f(t) = (t+1)^2$

الإحداثي الأول = t

$A(t, (t+1)^2)$

الإحداثي x للنقطة B هو 6
والإحداثي y للنقطة A هو نفس الإحداثي y للنقطة B

$B: (6, (t+1)^2)$ أي أن:

ب. النقطة C تقع على المحور X حيث النقطة الصغرى للمالة f

ABC مثلث $= \frac{h \cdot AB}{2}$

طول h = الإحداثي y للنقطة B (أي $f(t)$)

$h = (t+1)^2$

طول AB هو: $X_B - X_A = 6 - t \Leftarrow AB = 6 - t$

دالة الهدف التي تعبر عن المساحة هي

$S(t) = \frac{(t+1)^2(6-t)}{2}$

$S(t) = \frac{(t^2+2t+1)(6-t)}{2} = \frac{6t^2+12t+6-t^3-2t^2-t}{2}$

$S(t) = \frac{-t^3+4t^2+11t+6}{2}$

www.IQsenary.com.tr

ב-

$$S(t) = \frac{-t^3 + 4t^2 + 11t + 6}{2}$$

$$S'(t) = \frac{-3t^2 + 8t + 11}{2}$$

$$S'(t) = 0 \Rightarrow -3t^2 + 8t + 11 = 0$$

נפתור את המשוואה הריבועית שקיבלנו בעזרת הנוסחה

$$-3t^2 + 8t + 11 = 0 \qquad a = -3 \;//\; b = 8 \quad c = 11$$

$$t_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(-3)(11)}}{2 \cdot (-3)} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 132}}{-6} = \frac{-8 \pm \sqrt{196}}{-6}$$

$$t_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{196}}{-6} = \frac{-8 \pm 14}{-6}$$

$$t_1 = \frac{-8 - 14}{-6} = \frac{-22}{-6} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3} \qquad t_2 = \frac{-8 + 14}{-6} = \frac{6}{-6} = -1$$

t_2 שלילי ולכן לא מתאים

$$t_1 = \frac{11}{3}$$

www.IQsmart.co.il