حل نموذج بجروت

382

موعد (ب) 2020

طاقم الرياضيات

معهد IQ

حل سودع 382
موعد (ب) 2020

حل سؤال 1

1. حسب المعطيات:
- ثمن 1 كغم بندورة 6 شيكل
- ثمن 1 كغم فليفلة أكبر بـ 10% من ثمن 1 كغم بندورة
لذلك ثمن 1 كغم فليفلة يشكل 110% من ثمن 1 كغم بندورة

اي ثمن 1 كغم فلفل $= 6 \cdot \frac{110}{100} \leftarrow$ **6.6 شيكل**

- صاحب محل الخضروات اشترى 126 كغم من البندورة والفليفلة بالمجمل لذلك اذا اشترى X كغم بندورة
اذاً اشترى $126-X$ كغم فليفلة

- الثمن الكلي الذي دفعه مقابل الـ 126 كغم هو 780 شيكل
وهذا المبلغ يتألف من مجموع ثمن البندورة وثمن الفليفلة

ثمن البندورة هو $6 \cdot X$
ثمن الفليفلة $6.6(126-X)$

$6X+6.6(126-X)=780 \Leftarrow$

$6X+831.6-6.6X=780 \Rightarrow -0.6X+831=780$

$\Rightarrow -0.6X=780-831 \Rightarrow -0.6X=-51.6 \Rightarrow X=\frac{-51.6}{-0.6}$

$\boxed{X=86}$ **1.2** $\Leftarrow$ اشترى التاجر 86 كغم بندورة

بما ان الفلفل هو $126-X$ اذاً اشترى التاجر
$126-X=126-86=40$

اي اشترى 40 كغم فليفلة . ليدفع تقريباً $6.6 \cdot 40 = 264$ شيكل

وقابل البندورة دفع $6 \cdot 86 = 516$ شيكل **2.1**

1-700-70-66-22 | www.iQsmart.co.il

ب- بحسب المعطيات باع التاجر نصف كمية البندورة بربح 30٪.
اي باع $\frac{86}{2} = 43$ كغم بندورة بربح 30٪

مبلغ البيع للكغم هو 130٪ . 6 = 7.8 شيكل للكغم
اي التاجر باع 43 كغم بندورة بمبلغ 7.8 للكيلوغرام الواحد.
كذلك بالمجموع قبض على الـ 43 كغم هذه مبلغ
مقداره $43 \cdot 7.8 = 335.4$ شيكل

مقابل النصف الآخر أي 43 كغم المتبقية باع الكيلوغرام الواحد بخسارة 20٪ اي بـ 80٪ من السعر الذي اشترى به البندورة اي بسعر 80٪ . 6 = 4.8 شيكل للكيلوغرام
وقبض مقابلهم 43 . 4.8 ← 206.4 شيكل

وبالمجموع قبض 206.4 + 335.4 = 541.8 شيكل

ج- حسب المعطيات باع صاحب المحل الفليفلة التي اشتراها بمبلغ 8 شيكل للكيلوغرام.
يجب بندورة في بيت التاجر اشترى 40 كغم فلفل
وذلك باع التاجر الفليفلة بمبلغ كلي مقداره:
$40 \cdot 8 = 320$

مقابل البندورة والفلفل دفع التاجر مبلغ 780 شيكل
وقبض مقابلهم مبلغ $320 + 541.8 = 861.8$
اي ربح التاجر مبلغ: $861.8 - 780 = 81.8$
وهذا المبلغ بالشيكل $\frac{81.8}{780} \cdot 100\% = 10.48\%$

اي نسبة الربح 10.48٪

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

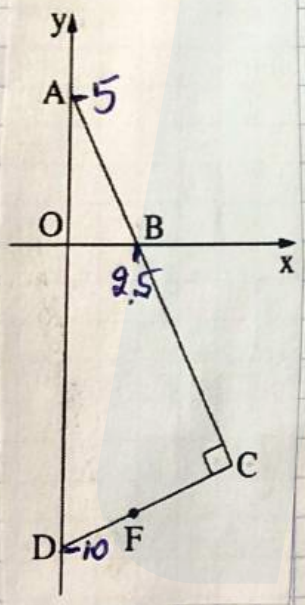
حل سؤال 2:

أ. نجسب المعطيات المستقيم $y=-2x+5$ يقطع المحور y في A.
ومن معادلة المستقيم نستنتج ان احداثيات $\boxed{A(0,5)}$
(التقاطع مع y هي $(0,n)$ من صورة معادلة المستقيم $y=mx+n$)

النقطة B هي تقاطع المستقيم مع x اي $y=0$
نعوض $y=0$ في معادلة المستقيم:-

$$0=-2x+5 \Rightarrow 2x=5 \Rightarrow x=\frac{5}{2}=2.5$$

$$\boxed{B:(2.5,0)}$$



ب. نجسب المعطيات $OD=4\cdot OB$

$OB=2.5 \Rightarrow OD=4\cdot 2.5=10$

وبما ان D بالجزء السالب من المحور y

اذاً $D(0,-10)$

ج. 1. حسب المعطيات DC يعامد AC لذلك

$$\text{ميل } DC = \frac{-1}{\text{ميل } AC} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

اذاً معادلة DC: $(m=\frac{1}{2})$ $(n=-10)$

$$\boxed{DC: y=\frac{1}{2}x-10}$$

y تقاطع

2. C هي تقاطع DC و AC - نحل معادلتين بمتغيرين:-

$$\begin{cases} y=-2x+5 \\ y=\frac{1}{2}x-10 \end{cases} \Rightarrow -2x+5=\frac{1}{2}x-10$$

$$-2x-\frac{1}{2}x=-10-5$$

$$\Rightarrow -2.5=-15 \Rightarrow x=\frac{15}{-2.5} \Rightarrow \boxed{x=6}$$

نجد y: $y=-2x+5$

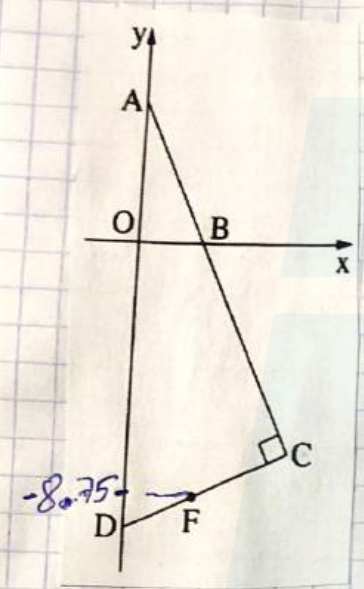
$$\hookrightarrow y=-2\cdot 6+5=-7 \Rightarrow \boxed{C:(-6,-7)}$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

د.1 بحسب المعطيات :

الاحداثي y للنقطة F هو -8.75

لكي نجد الاحداثي x للنقطة F نعوض في معادلة المستقيم DE (الذي تقع عليه F) $y=-8.75$



$DE: y=\frac{1}{2}x-10$

$-8.75=\frac{1}{2}x-10$

$\Rightarrow -8.75+10=\frac{1}{2}x$

$1.25=\frac{1}{2}x$

$\frac{1.25}{0.5}=x \Rightarrow \boxed{x=2.5}$

$F(2.5,-8.75)$: إذاً

$B:(2.5,0)$ وبما أن

أي للنقطتين B و F نفس الاحداثي x لذلك BF موازٍ لـ y.

د.2. معادلة BF هي:

$BF: \boxed{x=2.5}$

حل سؤال 3

أ. معادلة الدائرة $(x-4)^2+(y-1)^2=25$

النقاط A و B هي تقاطع مع y لذلك الاحداثي X لهم هو 0

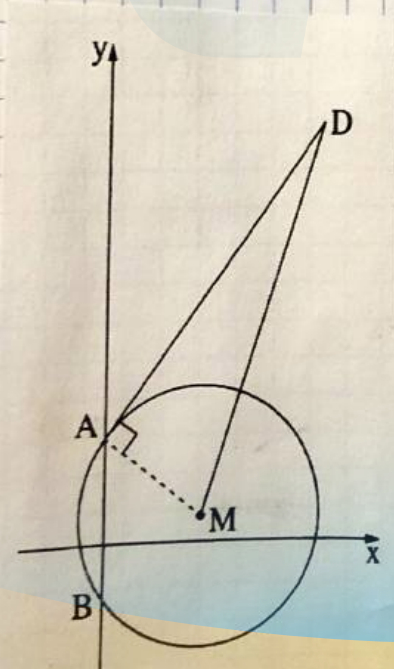
اي انهم من الصورة $(0,y_A)$ ، $(0,y_B)$

نعوض $x=0$ في معادلة الدائرة ونجد y :-

$$(0-4)^2+(y-1)^2=25$$
$$16+(y-1)^2=25$$
$$(y-1)^2=25-16$$
$$\sqrt{\ }/\ (y-1)^2=9/\sqrt{\ } \Rightarrow y-1=\pm\sqrt{9}$$
$$y-1=3 \quad \text{او} \quad y-1=-3$$
$$\boxed{y=4} \quad \text{او} \quad \boxed{y=-2}$$

بما ان الاحداثي y للنقطة A موجب و لـ B سالب

لذلك $\boxed{A(0,4)}$ ، $\boxed{B(0,-2)}$



ب.(1) المماس AD يمر بـ $A(0,4)$

وكذلك المماس عمودي على نصف القطر AM

جد ميل نصف القطر AM : $M(4,1)$ $A(0,4)$

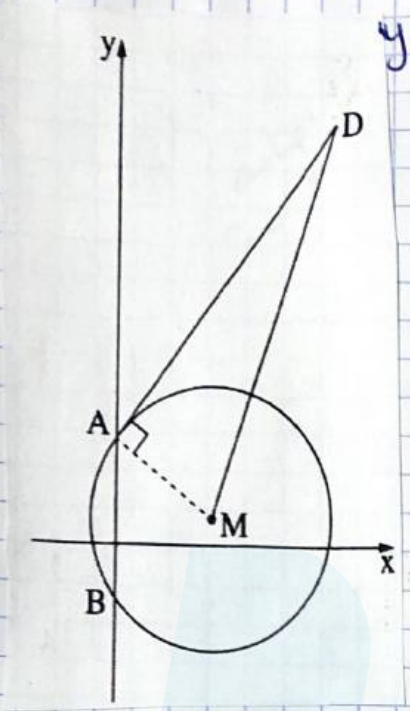
$$\text{ميل } AM = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-1}{0-4} = -\frac{3}{4}$$

اذا ميل المماس AD هو $\frac{4}{3} = \frac{-1}{-\frac{3}{4}}$

(2) اذاً معادلة المماس من الصورة $y=\frac{4}{3}x+4$

(لانه يقطع المحور y في $(0,4)$ وبالتالي $n=4$)

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il



ب. نجد معادلات المستقيمات:

D تقع على المماس الذي معادلته $y=\frac{4}{3}x+4$

MD: $y=3x-11$ معادلة MD

النقطة D هي تقاطع MD مع AD

ولكي نجد احداثياتها يجب ان نحل معادلتين بمتغيرين:-

MD: $y=3x-11$

AD: $y=\frac{4}{3}x+4$

$\Rightarrow /3x-11=\frac{4}{3}x+4 \;/\; *3$

$9x-33=4x+12$

$9x-4x=12+33$

$5x=45 \rightarrow x=\frac{45}{5}$

$\rightarrow \boxed{x=9}$

نجد y:

$y=3x-11$

$y=3\cdot 9-11=27-11=16$

$D(9,16)$ أ.ت

ج) اثبت أن مساحة المثلث AMD تساوي $\frac{AM\cdot AD}{2}$ ، علما بأن:

$D(9,16)\quad M:(4,1)\quad A(0,4)$

$AM=\sqrt{(4-0)^2+(1-4)^2}=\sqrt{4^2+(-3)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}$

$\boxed{AM=5}$

$AD=\sqrt{(9-0)^2+(16-4)^2}=\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{81+144}=\sqrt{225}$

$\boxed{AD=15}$

$S_{\triangle AMD}=\frac{AM\cdot AD}{2}=\frac{5\cdot 15}{2}=\frac{75}{2}=\boxed{37.5}$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

حل سؤال 4

$$f(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}-x$$

أ. مجال تعريف الدالة $x\neq 0$

ب (1) لكي نبرهن أنه للدالة لا يوجد نقاط حدود
يجب ان نبرهن انه مشتقة الدالة لا يوجد نقاط صفرية
اي ان مشتقة الدالة لا تساوي صفر أبدًا

$$f'(x)=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{-1}{x^2}\right)-1$$

$$f'(x)=\frac{-1}{2x^2}-1$$

$$0=\frac{-1}{2x^2}-1$$

$$+1=\frac{-1}{2x^2} \quad /\times 2x^2$$

$$2x^2=-1$$

$$\boxed{x^2=-\frac{1}{2}}$$

x^2 دائمًا موجبة (أو صفر) ← $x^2=-\frac{1}{2}$

ولا يمكن ان يساوي عدد سالب $\left(-\frac{1}{2}\right)$

لذلك المعادلة لا يوجد حل.
اي لا يوجد نقاط حدود للدالة.

ب (2) بسبب البنود السابقة استنتجنا انه
للدالة لا يوجد نقاط حدود والدالة غير معرفة في $x=0$
اذًا الدالة اما ان تكون تصاعدية في مجالات تعريفها او تنازلية.
نفحص اشارة المشتقة في $x>0$ وفي $x<0$
ونحدد لمجال التعريف هل تصاعدية ام تنازلية
نختار نقطة في $x<0$ ونقطة $x>0$ $(x=-1)$ ، $(x=-1)$

$$f'(-1)=\frac{-1}{2(-1)^2}-1=\frac{-1}{2}-1=-1.5<0 \Rightarrow \text{تنازلية}$$

$x<0$

$$f'(1)=\frac{-1}{2(1)^2}-1=\frac{-1}{2}-1=-1.5<0 \Rightarrow \text{تنازلية}$$

$x>0$

1-700-70-66-22 www.iqsmart.co.il

(2) المماس للدالة عبارة عن مستقيم يشترك مع الدالة في نقطة واحدة هي نقطة التماس.

بما أننا نعلم أن x=1 إذاً نقطة التماس المشتركة للدالة والمماس هي: (1, f(1))

بحد f(1):

$$f(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}-x$$

$$f(1)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1}-1=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$$

أي أن نقطة التماس هي $(1,-\frac{1}{2})$

نجد ميل المماس:

ميل المماس هو قيمة مشتقة الدالة في x=1

$$f'(x)=\frac{-1}{2x^2}-1$$

$$f'(1)=\frac{-1}{2(1)^2}-1=-\frac{1}{2}-1=-1.5$$

إذاً: ميل المماس m=-1.5 ويمر بالنقطة $(1,-\frac{1}{2})$

صورة معادلة المماس هي: $y=mx+n$

نعوض ونجد n

$$-\frac{1}{2}=(-1.5)\cdot 1+n$$

$$-\frac{1}{2}=-1.5+n \Rightarrow -\frac{1}{2}+1.5=n \rightarrow \boxed{1=n}$$

ومعادلة المماس هي: $\boxed{y=-1.5x+1}$

ب. تقاطع المماس $y=-1.5x+1$ مع $y=-2$ ← نعوض $y=-2$ في معادلة المماس:

$$-2=-1.5x+1$$

$$-2-1=-1.5x \Rightarrow -3=-1.5x$$

$$\frac{-3}{-1.5}=x \leftarrow \boxed{2=x}$$

إذاً نقطة التقاطع $\boxed{(2,-2)}$

1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il

حل سؤال 5

$f(x)=x^2-4x+10$

$y=-2x+10$

أ) بما أن النقطة A هي تقاطع المستقيم مع x
إذاً الإحداثي y للنقطة A هو 0 أي $A(x_A,0)$
نعوض $y=0$ في معادلة المستقيم ونجد x_A:

$0=-2x_A+10 \Rightarrow 2x_A=10 \Rightarrow \boxed{x_A=5}$

إذاً $A:(5,0)$

ب) (تقاطع والتي هي تقاطع التي تساوي فرع الدالتين)

$x^2-4x+10=-2x+10$

$x^2-4x+2x=0$

$x^2-2x=0$

$x(x-2)=0$

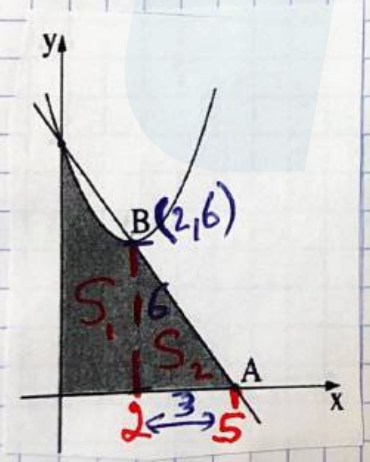
$\boxed{x=0}$ أو $x-2=0$

$\boxed{x=2}$

إذاً حصلنا على نقطتي تقاطع:
النقطة الأولى هي التقاطع مع y وهي $(0,10)$
والنقطة الثانية هي $B(10,y_B)$: B
نجد y_B - نعوض في معادلة المستقيم (أو الدالة)

$y=-2x+10 \Rightarrow y=\frac{-2\cdot 2}{-4}+10=6$

$\boxed{B:(2,6)}$



ج) المساحة المطلوبة هي المساحة الرمادية
وهذه المساحة سنقسمها طريقتين لكي نحسبها S_1, S_2
بحيث S_1 هي المساحة بين الدالة والمحورين من $x=0$ و $x=2$
أي: $S_1=\int_0^2 f(x)dx$.

أما المساحة الثانية هي S_2 وهي مساحة مثلث $=\frac{6\cdot 3}{2}=9$

1-700-70-66-22 www.iqsmart.co.ir

بقي علينا أن نجد S_1 وبتطبيق المساحات

$$S_1 = \int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 x^2-4x+10\,dx = \left[\frac{x^3}{3}-4\frac{x^2}{2}+10x\right]_0^2$$

$$= \left[\frac{x^3}{3}-2x^2+10x\right]_0^2 = \left[\frac{2^3}{3}-2\cdot2^2+10\cdot2\right]-\left[\frac{0^3}{3}-2\cdot0^2+10\cdot0\right]$$

$$= \left[\frac{8}{3}-8+20\right]-0 = 14\frac{2}{3}$$

إذا المساحة الرمادية هي S_1+S_2 وتحقق:

$$\text{المساحة الرمادية} = 14\frac{2}{3}+9 = 23\frac{2}{3}$$

السؤال 6

$$f(x)=-x^3+2x$$

أ- تقاطع مع x ← $y=0$

$$-x^3+2x=0 \Rightarrow x(-x^2+2)=0$$

وهذا يتحقق اذا كان أحد الطرفين x أو $-x^2+2$ يساوي 0.

اذا x:

$$x=0$$

اذا $-x^2+2$:

$$-x^2+2=0$$

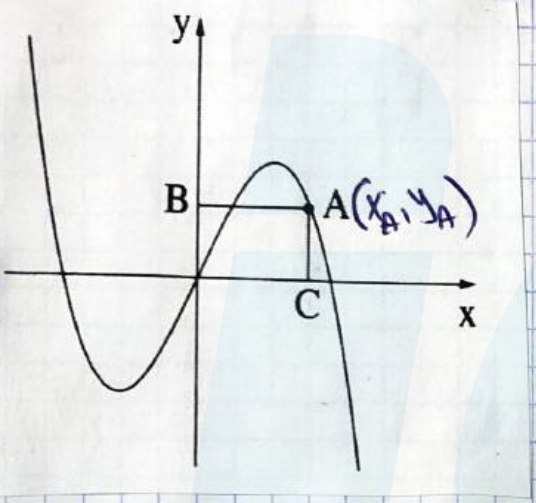
$$\sqrt{2}=x^2/\sqrt{}$$

$$\pm\sqrt{2}=x$$

$$x_1=+\sqrt{2}=1.41 \qquad x_2=-\sqrt{2}=-1.41$$

اذاً هنالك 3 نقاط تقاطع مع محور x وهي:-

$$(-1.41,0) \quad (0,0) \quad (1.41,0)$$



ب- بما ان النقطة A على الرسم لذلك تحقق الدالة

$A(x_A,y_A)$ ← نفرض ان النقطة $C:(x_A,0)$ نقع الـ AJx

$B(0,y_A)$ نقع الـ AJy

نعبر عن y_A بدلالة x_A من الدالة:

$$y_A=f(x_A)=-x_A^3+2x_A$$

~~$B(0,x^2+2x)$ $A(x_A,-x_A^3+2x_A)$~~

y_A

وبالتالي يمكن التعبير عن النقاط A، B، C كالتالي:-

$$A(x_A,\underbrace{-x_A^3+2x_A}_{y_A}) \;//\; B(0,\underbrace{-x_A^3+2x_A}_{y_A}) \;//\; C:(x_A,0)$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

طول القطعة AC هو y_A أي

$$AC = y_A = -x_A^3 + 2x_A$$

طول القطعة AB هو x_A

$$AB = x_A$$

الدالة التي تعبر عن AC + AB هي

$$g(x) = -x_A^3 + 2x_A + x_A = 3x_A - x_A^3$$

$$\boxed{g(x) = 3x_A - x_A^3}$$

لكي نجد أطول طول نجد القيم القصوى للدالة g :

$$g'(x) = 3 - 3x_A^2 = 0 \Rightarrow 3 = 3x_A^2$$

$$\Rightarrow 1 = x_A^2 \Rightarrow \pm\sqrt{1} = x_A \begin{cases} \nearrow x_{A_1} = -1 \\ \searrow x_A = 1 \end{cases}$$

بما أن النقطة A تقع في الربع الأول أي الإحداثي x لها موجب

إذاً $x_A = -1$ يلغى.

نضع النقطة $x = 1$

x	$x < 1$	$x = 1$	$x > 1$
$g'(x)$	2	0	-2
	↗		↘

$$g'(0) = 3 \cdot 0 - 1^3 = 2$$

$$g'(2) = 3 \cdot 2 - \underbrace{2^3}_{6-8} = -2$$

نجد y_A من أجل $x = 1$ أي

$$y_A = f(x_A) = f(1) = -1^3 + 2 \cdot 1 = -1 + 2 = -1$$

$$\boxed{A(1, -1)}$$ أي

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il