حل نموذج بجروت

802-381

موعد شتاء 2020

طاقم الرياضيات

معهد IQ

מתמטיקה, חורף תש"ף, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2020، رقم 035381 + ملحق

الأسئلة

في هذا النموذج ستّة أسئلة. لإجابة كاملة عن سؤال تحصل على 25 درجة. يُسمح لك الإجابة بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاء، لكن مجموع الدرجات التي تستطيع تجميعها في هذا النموذج لن يزيد عن 100.

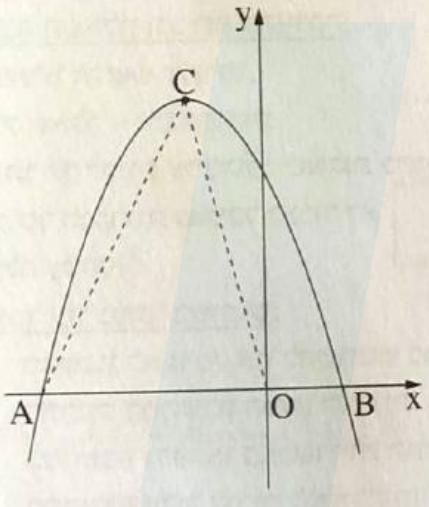
اكتب جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الجبر

1. الرسم الذي أمامك يصف قطعًا مكافئًا معادلته $y = -x^2 - 2x + 3$.

القطع المكافئ يقطع المحور x في النقطتين A وَ B،
كما هو موصوف في الرسم.



أ. جد إحداثيّات النقطتين A وَ B.

ب. جد المجالات التي يكون فيها القطع المكافئ سالبًا.

النقطة C هي رأس القطع المكافئ.

جـ. جد إحداثيّات النقطة C.

النقطة O هي نقطة أصل المحاور.

د. احسب مساحة المثلّث ACO.

(أ) النقاط A و B هي نقاط تقاطع الرسم مع المحور X أي نقاط صفريه ويتحقق:

$y = -x^2 - 2x + 3 = 0$

وهذه معادلة تربيعيه نحلها حسب الدستور

$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\quad c = 3 \quad b = -2 \quad a = -1$

$x_{1,2} = \frac{-(-2) \mp \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3}}{2 \cdot (-1)}$

يتبع في صفحة 5 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

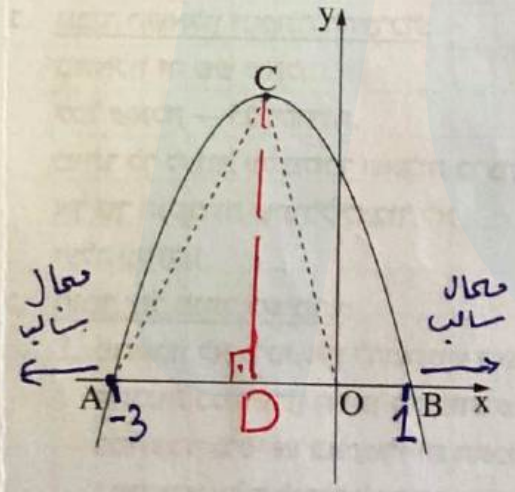
$$x_{1,2}=\frac{2\mp\sqrt{4+12}}{-2}=\frac{2\mp\sqrt{16}}{-2}=\frac{2\mp4}{-2}$$

$$x_1=\frac{2+4}{-2}=\frac{6}{-2}=-3 \qquad x_2=\frac{2-4}{-2}=\frac{-2}{-2}=1$$

النقطة A تقع على الجزء السالب من المحور X لذلك $A(-3,0)$
والنقطة B تقع على الجزء الموجب من المحور X لذلك $B:(1,0)$

$$\boxed{B:(1,0) \quad A(-3,0)}$$

ب) القطع المكافئ سالب في المجال:
$X<-3$ او $X>1$ (انظر الرسم)



ج) - النقطة C هي رأس القطع المكافئ
لذلك الاحداثي X للنقطة C هو $x_c=\frac{-b}{2a}$

$$x_c=\frac{-(+2)}{2(-1)}=\frac{2}{-2}=-1 \qquad \boxed{x_c=-1}$$

نجد y_c: نعوض

$$y_c=-(-1)^2-2(-1)+3$$

$$y_c=-1+2+3=4 \Rightarrow \boxed{C:(-1,4)}$$

د) تنزل من الرأس C ارتفاعاً على المحور X. (انظر الرسم)

مساحة المثلث $ACO=\frac{AO*CD}{2}$

(CD طول = الاحداثي y للنقطة C) $CD=4,\ AO=3$

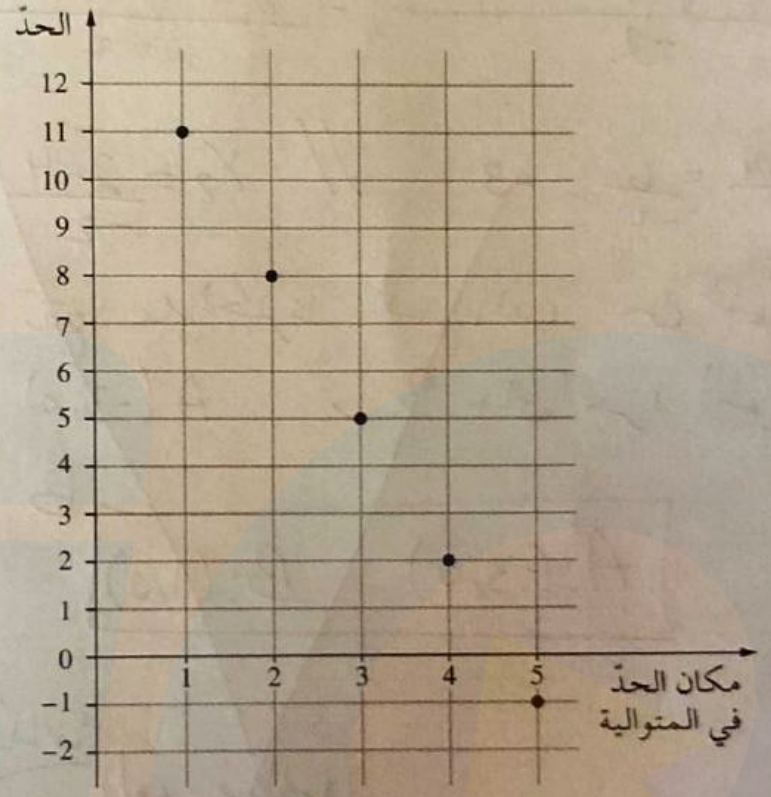
مساحة المثلث $ACO=\frac{AO*CD}{2}=\frac{3*4}{2}=6$

$$\boxed{\text{مساحة } \Delta ACO = 6}$$

/يتبع في صفحة 6/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

2. الرسم البيانيّ الذي أمامك يعرض خمسة الحدود الأولى في متوالية حسابيّة.



أ. (1) جد، حسب الرسم البيانيّ، ثلاثة الحدود الأولى في المتوالية.

(2) جد فرق المتوالية.

ب. 13− (ناقص 13) هو حدّ في المتوالية.
جد مكان هذا الحدّ في المتوالية.

ج. ما هو عدد الحدود الأولى في المتوالية التي مجموعها 66− ؟

(1.5P) الحد الاول: $a_1 = 11$ // $a_2 = 8$ // $a_3 = 5$

(0.5P) فرق المتوالية: $d = a_2 - a_1$

$d = 8 - 11 = -3$

ب- حسب الرسم الحد الخامس هو 11- نكتب الحدود حتى الحد الذي قيمته 13-:

$\underset{a_5}{-1}$, $\underset{a_6}{-4}$, $\underset{a_7}{-7}$, $\underset{a_8}{-10}$, $\underset{a_9}{-13}$

-3 -3 -3 -3

الحد التاسع = 13-

/يتبع في صفحة 7

1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, חורף תש"ף, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2020، رقم 035381 + ملحق

(ב) דרך 1:

يمكننا كتابة الحدود حتى نصل الى الحد الذي يعطينا المجموع 66- (كل مرة نكتب حد جديد نحسب المجموع...)

$$\frac{11}{1}, \frac{8}{2}, \frac{5}{3}, \frac{2}{4}, \frac{-1}{5}, \frac{-4}{6}, \frac{-7}{7}, \frac{-10}{8}, \frac{-13}{9}, \frac{-16}{10}, \frac{-19}{11}, \frac{-22}{12}$$

واذا جمعنا 12 حد نحصل على مجموع 66-.

اذن عدد الحدود الكلي في المتوالية التي مجموعها هو 66- هو 12

דרך 2: نستعمل قانون مجموع متوالية حسابية ونجد عدد الحدود n.

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \quad a_1 = 11 \quad d = -3 \quad S_n = -66 \quad n = ?$$

⇐ نعوض بالقانون

$$-66 = \frac{n}{2}[2\cdot 11 + (n-1)(-3)] \Rightarrow -66 = \frac{n}{2}[22 - 3n + 3]$$

$$\Rightarrow -66 = \frac{n}{2}[25 - 3n] \overset{(\cdot 2)}{\Rightarrow} -132 = n[25 - 3n] = 25n - 3n^2$$

$$\Rightarrow -132 = 25n - 3n^2 \Rightarrow 3n^2 - 25 - 132 = 0$$

وهذه هي معادلة تربيعية نحلها حسب الدستور

$a = 3$, $b = -25$, $c = -132$

$$n_{1,2} = \frac{-(-25) \mp \sqrt{(-25)^2 - 4\cdot 3(-132)}}{2\cdot 3} = \frac{25 \mp \sqrt{625 + 1584}}{6}$$

$$= \frac{25 \mp \sqrt{2209}}{6} = \frac{25 \mp 47}{6}$$

$$n_1 = \frac{25 + 47}{6} = \frac{72}{6} = 12 \qquad n_2 = \frac{25 - 47}{6} = \frac{-22}{6}$$

(-22)

n_2 سالب غير ملائم

اذن عدد الحدود التي يجب ان نجمعها حتى نحصل على مجموع 66- هو $n_2 = 12$

/يتبع في صفحة 8

1-700-70-66-22 www.IQsmart66.il

3. تمّ في 1/1/2019 توقيع اتّفاقيّة مع عمّال مصنع معيّن، يزداد بموجبها راتب كلّ عامل في كلّ سنة بنسبة مئويّة ثابتة (نسبة مئويّة مختلفة لكلّ عامل).

في هذا التاريخ كان راتب ياسمين الشهريّ 8,000 شيكل.

يزداد راتب ياسمين بنسبة 3% في كلّ سنة.

أ. (1) كم سيكون راتب ياسمين الشهريّ بعد سنتين (في تاريخ 1/1/2021)؟

(2) في أيّة سنة سيكون لأوّل مرّة راتب ياسمين الشهريّ أكثر من 9,000 شيكل؟

في 1/1/2019 كان راتب أكرم الشهريّ 6,000 شيكل.

بعد سنتين (في تاريخ 1/1/2021) سيكون راتب أكرم الشهريّ 6,615 شيكلاً.

ب. ما هي النسبة المئويّة التي يزداد بها راتب أكرم في كلّ سنة؟

1.أ نسبة الزيادة السنوية لراتب ياسمين هي $p=3\%$ ولذلك $q=(100+3)\%$

أي $q=103\%$ أو $q=1.03$ $\left(q=\frac{103}{100}=1.03\right)$

في تاريخ 1.1.2019 كان راتب ياسمين الشهري 8000 شيكل

أي $M_0=8000$

$$M_t=M_0\cdot q^t$$

t سنة في 1/1/2021 الدال يدل على راتب ياسمين

$\Leftarrow$ أي بعد سنتين $M_2=?$

$$M_2=8000\cdot(1.03)^2=8000\cdot(1.0609)=8487.2$$

أي راتب ياسمين في تاريخ 1.1.2021 هو 8487.2

2.أ جزء البند 1.أ خاص براتب ياسمين في تاريخ 1.1.2021 هو 8487.2 وكان هذا بعد سنتين أي $t=2$. نفحص $t=3$

$M_3=8000\cdot(1.03)^3=8000\cdot(1.0927)=8741.8$ (ليس أكبر من 9000)

نفحص $t=4$ $\Leftarrow$ $M_4=8000\cdot(1.03)^4=8000\cdot(1.1255)$

$M_4=9004.07$

أي بعد 4 سنوات.

/يتبع في صفحة 9

1-700-70-66-22 www.iqcenter.co.il

מתמטיקה, חורף תש"ף, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2020، رقم 035381 + ملحق

بداية المعطيات في 1.1.2019 راتب الكرم الشهري 6000
و في 1.1.2021 اي بعد سنتين راتب الكرم سيكون 6615
اي الزيادة كانت على مدار سنتين...

$$M_2 = M_0 \cdot q^2$$

$$6615 = 6000 \cdot q^2 \implies \frac{6615}{6000} = q^2 \implies 1.1025 = q^2$$

$$\implies \sqrt{1.1025} = q \implies \boxed{1.05 = q}$$

اذاً الزيادة السنوية بالمعاش هي (p)

$$p = q - 1 = 1.05 - 1 = 0.05$$

و هذه الزيادة بالنسبة المئوية هي:

$$0.05 \cdot 100\% = 5\%$$

أي ان النسبة المئوية التي يرتفع فيها معاش الكرم هي 5%

/ يتبع في صفحة 10 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

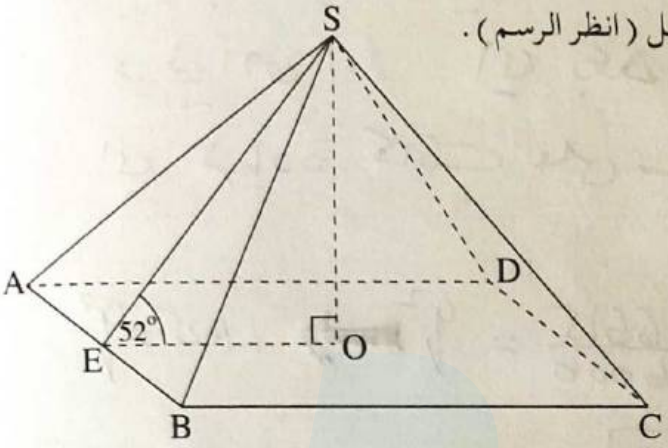
حساب المثلّثات

4. SABCD هو هرم رباعيّ قائم قاعدته، ABCD ، هي مستطيل (انظر الرسم) .

معطى أنّ: 6 سم = AB ، 14 سم = BC .

النقطة E هي منتصف الضلع AB .

مقدار الزاوية التي بين القطعة SE وقاعدة الهرم هو 52^o .



أ. احسب ارتفاع الهرم، SO .

ب. احسب الارتفاع على الضلع AB في الوجه SAB .

جـ. احسب مساحة الوجه SAB .

أ. بما أن AB = 6 و E نقطة منتصف AB فإن AE = EB = 3

و $EO = \frac{1}{2}BC$ أي EO = 7

في المثلث SEO يتحقق:

إذاً:

$\tan 52 = \frac{SO}{7}$

$\Rightarrow 7 \cdot \tan 52 = SO \Rightarrow \boxed{8.96 = SO}$

ب. الارتفاع على الضلع AB في الوجه SAB هو AE .

وفي الهرم القائم الوجه SAB هو مثلث متساوي الساقين فيه الارتفاع ينصف القاعدة.

SO = 8.96 و OE = 7 كما برهنا في البند (أ)

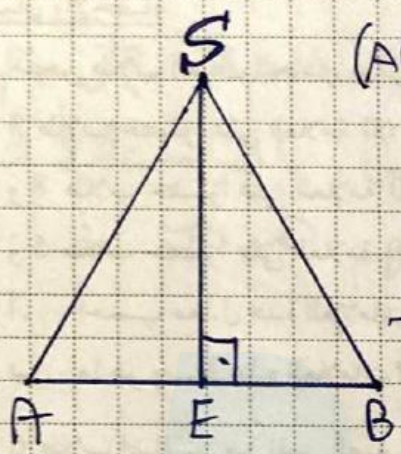
لذلك نجد طول SE

$\cos 52 = \frac{7}{SE} \Rightarrow SE = \frac{7}{\cos 52} = 11.37$

/ يتبع في صفحة 11 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, חורף תש"ף, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2020، رقم 035381 + ملحق



ג. في المثلث SAB يتحقق $EB=AE=3$ $(AB=6)$

و $SE=11.37$

$$S_{SAB}=\frac{AB\cdot SE}{2}=\frac{6\cdot 11.37}{2}=34.11$$

إذًا مساحة الوجه SAB هي: 34.11 سم^2

/يتبع في صفحة 12/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, חורף תש"ף, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2020، رقم 035381 + ملحق

الاحتمال والإحصاء

5. امتُحِن طلّاب الصفّ الحادي عشر الـ 16 بامتحان في الرياضيّات.

3 طلّاب حصلوا على العلامة 60 ،

وَ 8 طلّاب حصلوا على العلامة 70 ،

وَ 5 طلّاب حصلوا على العلامة 80 .

أ. احسب معدّل هذه العلامات.

ب. ما هو وسيط هذه العلامات؟

6 طلّاب إضافيّين من نفس الصفّ، لم يكونوا حاضرين يوم الامتحان، لذلك امتُحِنوا بالامتحان في موعد خاصّ.

حصل كلّ واحد من هؤلاء الطلّاب الـ 6 على العلامة 80 .

ضَمَّ المعلّم هذه العلامات إلى علامات الطلّاب الـ 16 الذين امتُحِنوا سابقًا.

ج. هل كَبُرَ معدّل العلامات الجديد أم صَغُرَ أم لم يتغيّر؟ علّل.

المعدل هو مجموع الحدود / عدد الحدود

يمكننا بعاد حدود تكرارات لحساب المعدل أو اذا بجمعه مباشرة.

مجموع العلامات = 3·60 + 8·70 + 5·80 = 1140

عدد الحدود (العلا) = 3 + 8 + 5 = 16

$\Longrightarrow$ المعدل = $\frac{1140}{16} = 71.25$

ب. لكي نجد الوسيط نرتب العلامات بشكل تصاعدي أولاً:

العلامة: 60, 60, 60, 70, 70, 70, 70, 70, 70, 70, 70, 80, 80, 80, 80, 80

الترتيب: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16

بما أن عدد الحدود زوجي لذلك الوسيط هو معدل العددين الذين بالوسط ولكي نجدهم نشطب حد من اليسار، حد من اليمين حتى نصل الى الحدين الأوسطين

/يتبع في صفحة 13

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, חורף תש"ף, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2020، رقم 035381 + ملحق

وبعد أن شطبنا حدًا من اليمين مع أكبر من اليسار حتى وصلنا
الى الحدين الأوسطين بقي لدينا الحدين بالترتيب 8 و 9
والحدين هما 70, 70 وواضح انا معدلهم هو 70
اي ان الوسيط هو 70

ج← علامات الطلاب الـ 6 الإضافيين هي 80 وهذه
العلامة اكبر من المعدل وهذا معناها ان علامات الطلاب
هذه سترفع المعدل لانها اكبر منه اي ان المعدل
مع الطلاب الستة الاضافيين سيرتفع.

/ يتبع في صفحة 14 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

6. علامات امتحانات القبول للجامعة في سنة معيّنة تتوزّع طبيعيًّا.
معدّل علامات الممتحَنين هو 74 والانحراف المعياريّ هو 6 .

أ. ما هي النسبة المئويّة للممتحَنين الذين حصلوا على علامة أقلّ من 68 في امتحانات القبول للجامعة في تلك السنة؟

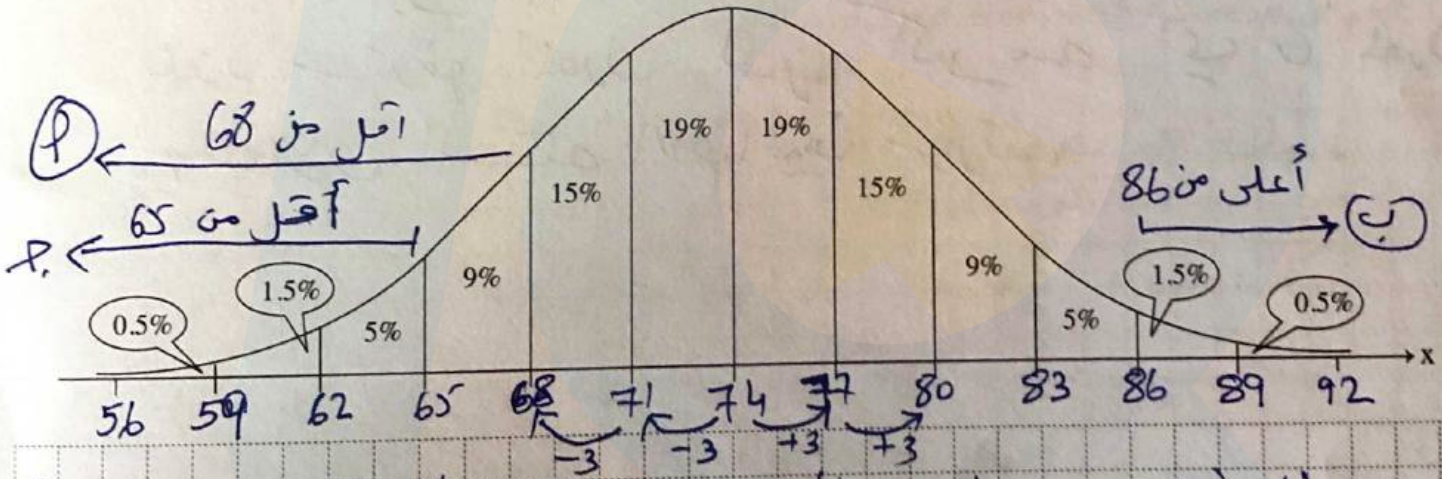
الممتحَنون الذين حصلوا على علامة أعلى من 86 استحقّوا منحة.

ب. ما هي النسبة المئويّة للممتحَنين الذين استحقّوا منحة؟

في تلك السنة، حصل 420 من الممتحَنين في امتحانات القبول للجامعة على علامة أقلّ من 65 .

ج. حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ، كم شخصًا امتُحِن في امتحانات القبول للجامعة في تلك السنة؟

أمامك الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ (من لائحة القوانين). استعن به في حساباتك.



א) أقل من 68

ב) أعلى من 86

P. أقل من 65

حسب المعطيات معدل العلامات 74 والانحراف المعياري 6
لذلك نرتب العلامات على منحنى التوزيع الطبيعي ومن ثم نحل السؤال

א. نعلم أننا رتبنا العلامات نرى أن العلامات التي أقل من 68 بستة هي:

(انظر الرسم) $0.5\% + 1.5\% + 5\% + 9\% = 16\%$

אי נ' בשתים 16%

/ يتبع في صفحة 15

מתמטיקה, חורף תש"ף, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2020، رقم 035381 + ملحق

ب. بعدد المتحنين الذين حصلوا على علامة أي أعلى من 86 هم بشكلون 1.5% + 0.5% ← 2%.

ج. بعدد المتحنين الذين حصلوا على علامات أقل من 64 بشكلون:

$0.5\% + 1.5\% + 5\% = 7\%$

نفرض عدد المتحنين X إذًا يتحقق

$$7\% \cdot X = 420 \Rightarrow \frac{7}{100} \cdot X = 420 \Rightarrow 7X = 42000$$

$$X = \frac{42000}{7} = 6000$$

أي عدد المتحنين هو 6000 طالب.

/تتبع صفحات دفتر إضافيّة/

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il