حل نموذج بجروت

(807)-582

موعد (ب)-صيف 2018

طاقم الرياضيات

www.IQsmart.co.il

معهد IQ

حل سؤال 1

أ- بحسب معطيات السؤال النقاط A, B تقع على القطع المكافئ وبالتالي تحقق معادلته $y^2=2px \Leftarrow \boxed{\frac{y^2}{2p}=x}$

من هنا يمكن التعبير عن النقاط كالتالي:

$$A:(x_1,y_1) \rightarrow A\left(\frac{y_1^2}{2p}, y_1\right)$$

$$B:(x_2,y_2) \Rightarrow B:\left(\frac{y_2^2}{2p}, y_2\right)$$

معطى أن الاحداثي y لمنتصف القطعة AB هو 9

نفرض أن $C:(x_c, 9)$ هي منتصف القطعة AB

إذاً يتحقق:

$$\boxed{9=\frac{y_1+y_2}{2}} \rightarrow \boxed{18=y_1+y_2} \quad \boxed{y_2=18-y_1}$$

كذلك معطى أن ميل المستقيم الذي يمر بـ A و B هو $\frac{4}{3}$

أي يتحقق:

$$m_{AB}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{y_1-y_2}{\frac{y_1^2}{2p}-\frac{y_2^2}{2p}}=\frac{4}{3}$$

$$=\frac{y_1-y_2}{\frac{y_1^2-y_2^2}{2p}}=\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\cancel{y_1-y_2}}{\frac{\cancel{(y_1-y_2)}(y_1+y_2)}{2p}}=\frac{4}{3}$$

$$(y_1+y_2=18) \Rightarrow \frac{1}{\frac{\cancel{18}}{\cancel{2}p}}=\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{p}{9}=\frac{4}{3} \rightarrow \boxed{p=12}$$

وبالتالي معادلة القطع المكافئ هي:

$$y^2=2\cdot 12x \rightarrow \boxed{y^2=24x}$$

www.IQsmart.co.il

ب معادلة المماس للقطع المكافئ هي في نقطة (x_1,y_1) هي :

$A(x_1,y_1)$ $\quad y\cdot y_1 = p(x+x_1) \Rightarrow y\cdot y_1 = 12(x+x_1)$

وفي (x_2,y_2) هي

$B:(x_2,y_2)$ $\quad y\cdot y_2 = p(x+x_2) \Rightarrow y\cdot y_2 = 12(x+x_2)$

بما ان المماسين المرسومين في A و B متعامدين

اذاً حاصل ضرب ميليهما هو -1.

ميل المماس في A هو $\frac{12}{y_1}$ وميل المماس في B هو $\frac{12}{y_2}$

ويتحقق :

$$\frac{12}{y_1}\cdot\frac{12}{y_2}=-1 \Rightarrow \frac{12}{y_1}\cdot\frac{12}{18-y_1}=-1$$

$$\Rightarrow 144=-y_1(18-y_1) \Rightarrow 144=-18y_1+y_1^2$$

$$\Rightarrow y_1^2-18y_1-144=0 \Rightarrow \boxed{y_I=24} \quad \boxed{y_{II}=-6}$$

ولكن بحسب المعطيات النقطة A تقع بالربع الاول ولذلك الاحداثي y الخاص بالنقطة A هو 24 والثاني

$$x_A=\frac{y_A^2}{24} \rightarrow x_A=\frac{24^2}{24}=24 \Rightarrow \boxed{A(24,24)}$$

نجد احداثيات النقطة B :

$$y_2=18-y_1 \Rightarrow y_2=18-24=-6$$

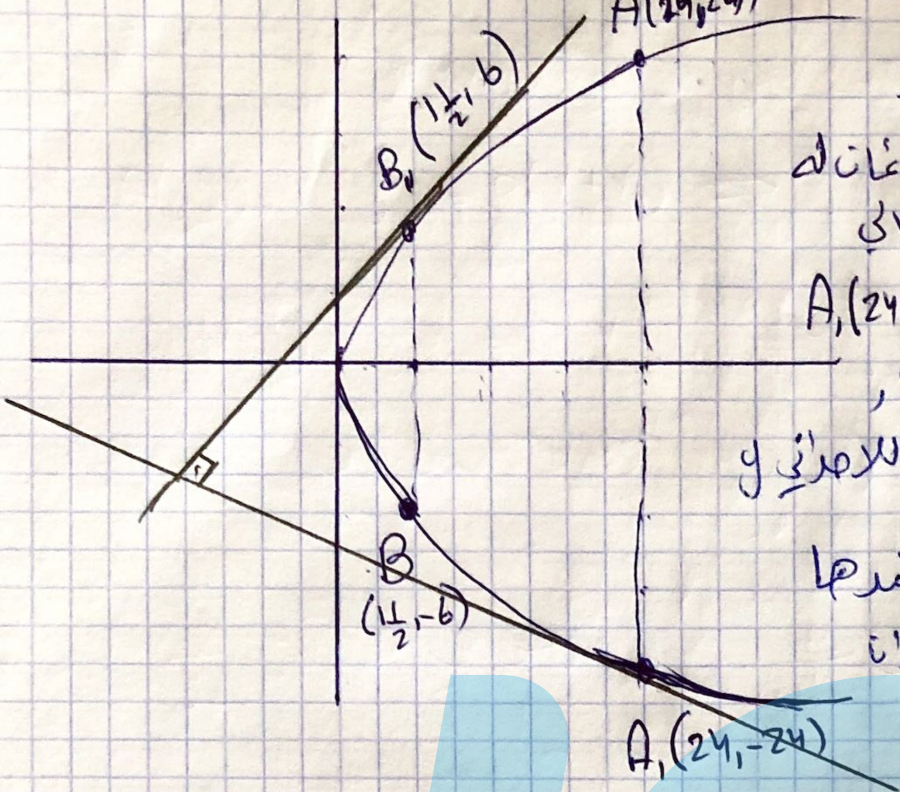
نعوض ونجد x_2

$$x_2=\frac{y_2^2}{24}=\frac{(-6)^2}{24}=\frac{36}{24}=1\frac{1}{2}$$

$$\boxed{B:(1\tfrac{1}{2},-6)}$$

الاجابة النهائية $A:(24,24)$ $\quad B:(1\frac{1}{2},-6)$

www.IQsmart.co.il



ج.

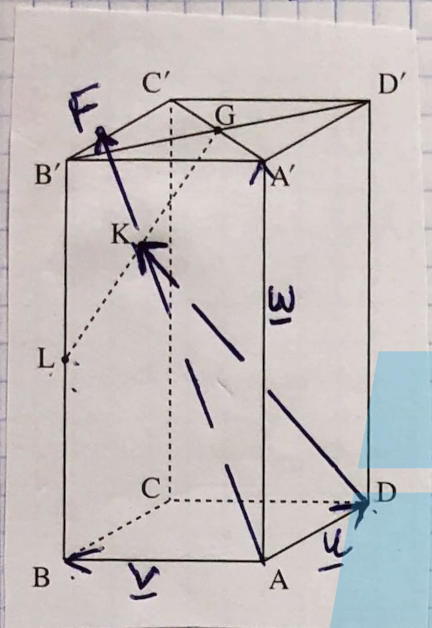
بما أنه لنفس الإحداثي X
هنالك إحداثيين y ملائمان له
على القطع المكافئ بالتالي
إذا اخترنا النقطة $A_1(24,-24)$
و $B(1\frac{1}{2},6)$ أي نختار
الإحداثي y المضاد للإحداثي y
في النقاط A و B عندها
سيكون المماسان متعامدان
(المماسان في B_1 و A_1)

www.IQsmart.co.il

حل سؤال 2

أ) بحسب المعطيات $\overrightarrow{AD}=\underline{u}$ $\quad\overrightarrow{AB}=\underline{v}$ $\quad\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$

$$\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BL}+\frac{1}{2}\overrightarrow{LG} \qquad \left(\overrightarrow{LK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{LG}\right)$$



$$\overrightarrow{DK}=-\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}+\frac{1}{2}LG$$

نعبر عن LG:

$$\overrightarrow{LG}=\overrightarrow{LB'}+\overrightarrow{B'G}=\overrightarrow{LB'}+\frac{1}{2}\overrightarrow{B'D'}$$

$$\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{C'D'}=\underline{u}-\underline{v}$$

$$\Longrightarrow \overrightarrow{LG}=\overrightarrow{LB'}+\frac{1}{2}\overrightarrow{B'D'}$$

$$\overrightarrow{LG}=\frac{1}{2}\underline{w}+\frac{1}{2}(\underline{u}-\underline{v})=\frac{1}{2}\underline{w}+\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}$$

اذا:

$$\overrightarrow{DK}=-\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}w+\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}\right)$$

$$\overrightarrow{DK}=-\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}+\frac{1}{4}\underline{w}+\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{4}\underline{v}\Longrightarrow\boxed{\overrightarrow{DK}=-\frac{3}{4}\underline{u}+\frac{3}{4}\underline{v}+\frac{3}{4}\underline{w}}$$

ب) لكي نبرهن ان K تقع على $\overrightarrow{DB'}$ يجب ان نبرهن ان $\overrightarrow{DK}=t\cdot\overrightarrow{DB'}$

1) بحيث t سكالار (عدد)

$$\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}=-\underline{u}+\underline{v}+\underline{w}$$

$$\overrightarrow{DK}=-\frac{3}{4}\underline{u}+\frac{3}{4}\underline{v}+\frac{3}{4}\underline{w}=\frac{3}{4}(-\underline{u}+\underline{v}+\underline{w})=\frac{3}{4}\overrightarrow{DB'} \qquad \left(t=\frac{3}{4}\right)$$

2) إذاً: $\overrightarrow{DK}=\frac{3}{4}\overrightarrow{DB'}\Longrightarrow\boxed{\frac{\overrightarrow{DK}}{\overrightarrow{DB'}}=\frac{3}{4}}$

$$\boxed{\text{والنسبة}\quad \frac{\overrightarrow{DK}}{\overrightarrow{DB'}}=\frac{3}{4}}$$

أ) بحسب المعطيات:

$$\overrightarrow{AF}=s\cdot\underline{u}+\underline{v}+t\cdot\underline{w}$$

نرسم إمتداد $\overrightarrow{AK}$ (انظر الرسم)

بما أن $\overrightarrow{AF}$ تقع على امتداد $\overrightarrow{AK}$ ان F يتحقق $\overrightarrow{AF}=m\cdot\overrightarrow{AK}$

بحيث m سكالار (عدد m) اي أن: $\overrightarrow{AF}=m(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DK})$

$$\overrightarrow{AF} = m(\overrightarrow{AK}) = m(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DK}) = m(\underline{u} + (-\tfrac{3}{4}\underline{u} + \tfrac{3}{4}\underline{v} + \tfrac{3}{4}\underline{w})$$

$$\overrightarrow{AF} = m(\tfrac{1}{4}\underline{u} + \tfrac{3}{4}\underline{v} + \tfrac{3}{4}\underline{w}) = \frac{m}{4}\underline{u} + \frac{3m}{4}\underline{v} + \frac{3m}{4}\underline{w}$$

إذاً: $\overrightarrow{AF} = \frac{m}{4}\underline{u} + \frac{3m}{4}\underline{v} + \frac{3m}{4}\underline{w}$

ومن جهة أخرى $\overrightarrow{AF} = s\cdot\underline{u} + \underline{v} + t\cdot\underline{w}$

وبالتالي يتحقق: (للمتجه يوجد تمثيل واحد ووحيد في الفراغ)

$$\frac{m}{4} = s \quad // \quad \frac{3m}{4} = 1 \quad // \quad \frac{3m}{4} = t$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\tfrac{1}{3} = s} \Leftarrow \frac{\frac{4}{3}}{4} = s \Longleftarrow \boxed{m = \frac{4}{3}} \Longrightarrow \frac{3\cdot\frac{4}{3}}{4} = t \Rightarrow \boxed{1 = t}$$

إذاً: $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$

نبرهن ان F تقع على الضلع $B'C'$ $\Leftarrow$ نبرهن انه يوجد سكالار n بحيث $\overrightarrow{B'F} = n\cdot\overrightarrow{B'C'}$

www.IQSmart.co.il

$$\overrightarrow{B'F} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} = -\underline{w} - \underline{v} + \tfrac{1}{3}(\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})$$

$$\overrightarrow{B'F} = \tfrac{1}{3}\underline{u} = \tfrac{1}{3}\overrightarrow{B'C'}$$

إذاً: $\overrightarrow{B'F} = \frac{1}{3}\overrightarrow{B'C'}$ وبالتالي F تقع على الضلع $\overrightarrow{B'C'}$

ب. (2) وبما ان $\overrightarrow{B'F} = \frac{1}{3}\overrightarrow{B'C'}$ إذاً:

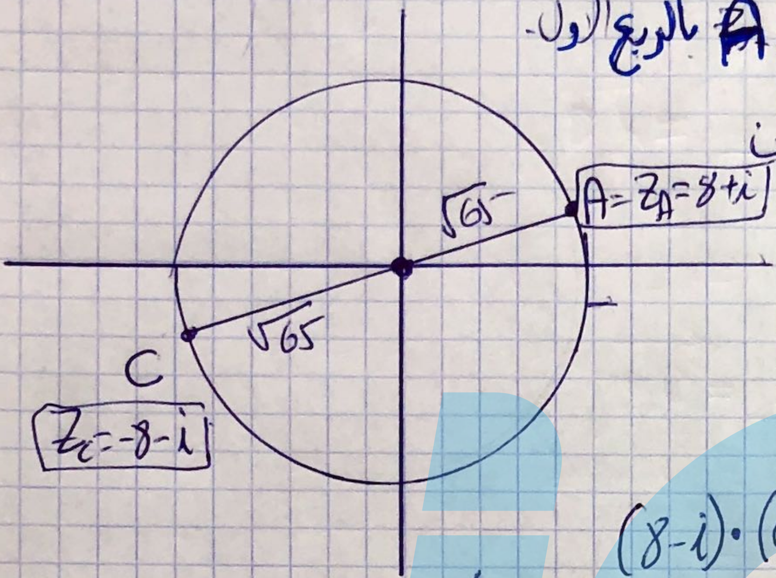
$$\boxed{\frac{B'F}{B'C'} = \frac{1}{3}}$$

حل سؤال 3

1.أ. نحسب المعطيات $|z_A|=|z_B|=|z_C|=\sqrt{65}$

أي أن النقاط الثلاثة A, B, C تقع على محيط دائرة

نصف قطرها $\sqrt{65}$ و A بالربع الأول.



ومعطى أن z_A و z_C يحققان

المعادلة $(8-i)\cdot z=(8+i)\cdot\bar{z}$

نفرض $z=a+bi$

اذا $\bar{z}=a-bi$

ويتحقق $(8-i)\cdot(a+bi)=(8+i)(a-bi)$

$$\Rightarrow \cancel{8a}-ai+8bi-\cancel{bi^2}=\cancel{8a}+ai-8bi-\cancel{bi^2}$$

$$\Rightarrow 16bi=2ai \Rightarrow \boxed{8b=a}$$

وبما أن $|z_A|=\sqrt{65}$ اذا يتحقق: $a^2+b^2=65$

$$\Rightarrow (8b)^2+b^2=65 \Rightarrow 64b^2+b^2=65 \Rightarrow 65b^2=65$$

$b=\pm 1 \Rightarrow$

ولكن بما أن A بالربع الأول فان b الملائم ل A هو 1

وعندها $a=8b=8$ وبالتالي $z_A=8+i$

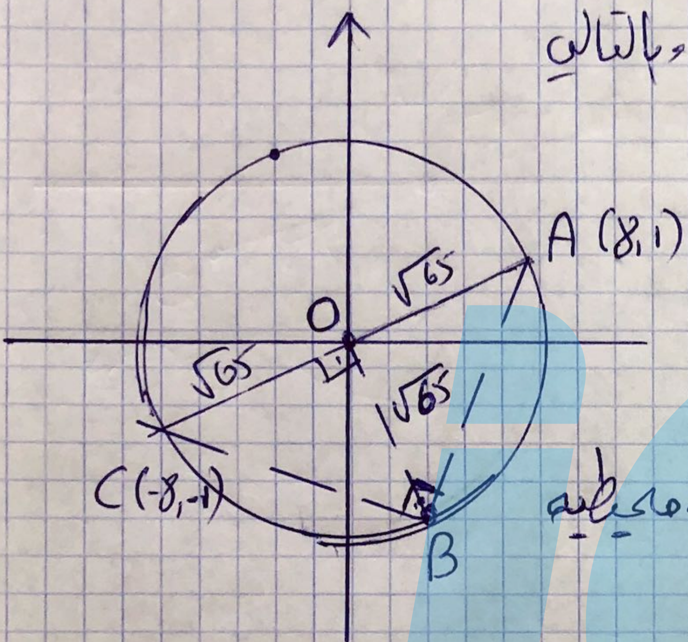
وبالنسبة C فان b الملائم له هو -1 وبالتالي a الملائم هو -8

وعندها $\boxed{z_C=-8-i}$

اذا $\boxed{z_A=8+i}$ و $\boxed{z_C=-8-i}$

www.IQsmart.co.il

٢) بما أن B تقع على محيط دائرة التي نصف قطرها $\sqrt{65}$
والنقاط A و C تقع على استقامة واحدة
$A(8,1)$ $C:(-8,-1)$. معادلة المستقيم الذي يمر ب A و C
هي $y=\frac{1}{8}x$ وهذا المستقيم يمر ب $(0,0)$
اذاً AC هو قطر الدائرة وبالتالي
النقطة B ستكون مع A و C
زاوية محيطية مقابلة
للقطر (انظر الرسم)



ملاحظة: ليس بالضرورة هذا
هو المكان الصحيح ل B
ولكن واضح انها ستكون زاوية محيطية
مقابلة للقطر.

ب. معطى ان $AB=BC$ $\Leftarrow$ المثلث ABC متساوي الساقين
النقطة O هي مركز الدائرة وبالتالي BO هو متوسط ل AC
وبما أن ABC متساوي الساقين لذلك BO ارتفاع

اي: $m_{AC}\cdot m_{BO}=-1 \Rightarrow \frac{1}{8}\, m_{BO}=-1$

$$\Rightarrow \boxed{m_{BO}=-8}$$

نفرض إحداثيات B هي $B:(x_B,y_B)$

اذاً نتحقق: $|z_B|=\sqrt{x_B^2+y_B^2}=\sqrt{65} \Rightarrow \boxed{x_B^2+y_B^2=65}$

وكذلك: $m_{BO}=\frac{y_B-0}{x_B-0}=-8 \Rightarrow \boxed{y_B=-8x_B}$

نعوض ونحصل على: $(x_B)^2+(-8x_B)^2=65$

$$\Rightarrow x_B^2+64x_B^2=65 \Rightarrow x_{B_I}=1 \quad x_{B_{II}}=-1$$

$$y_{B_I}=-8\cdot 1=-8 \quad y_{B_{II}}=-1\cdot(-8)=8$$

$\boxed{B_I:(1,-8)}$ $B_{II}(-1,8)$

www.iQsmart.co.il

وبالتالي:

$$\boxed{Z_{B_I} = 1-8i}$$

$$\boxed{Z_{B_{II}} = -1+8i}$$

أ. حسب المعطيات B تقع في الربع الثاني لذلك

$$B: Z_B = -1+8i$$

في المتوالية a_n الهندسية

$$\boxed{a_1 = Z_A = 8+i}$$

$$\boxed{a_2 = Z_B = -1+8i}$$

$$\Longrightarrow q = \frac{Z_B}{Z_A}$$

$$q = \frac{-1+8i}{8+i} \cdot \frac{8-i}{8-i} = \frac{-8+i+64i+8}{8^2+1^2} = \frac{65i}{65} = i$$

اذاً: $\boxed{q = i}$

$$S_m = 0 \Longrightarrow S_m = \frac{a_1(q^m-1)}{q-1} = 0$$

مجموع اول m حدود هو 0

$a_1 \neq 0$ لذلك يجب ان يتحقق ان $q^m - 1 = 0$

اي: $\boxed{i^m = 1}$

بما ان $(i)^4 = 1$ وبالتالي يجب ان يتحقق أن:-

$$(i)^m = (i^4)^n \Longrightarrow (i)^m = (i)^{4n} \Longrightarrow \boxed{m = 4n}$$

بحيث n صحيح

وبما ان n عدد صحيح

اذاً m من مضاعفات ال 4.

حل سؤال 4

$$f(x)=\frac{e^x-1}{e^x-x} \qquad g(x)=e^x-x$$

أ.1) مجال تعريف $g(x)$: الدالة معرفة لكل x.

أ.2) $g(x)=e^x-x$

$$g'(x)=e^x-1=0$$

$$e^x=1 \Rightarrow \boxed{x=0}$$

نصنف النقطة بحسب المشتقة الثانية

$$g''(x)=e^x$$

وبما أن $e^x>0$ لكل x لذلك g'' موجب لكل x

وبالتالي $x=0$ هي نقطة مينيمام.

$$g(0)=e^0-0=1$$

اذاً النقطة $(0,1)$ هي مينيمام للدالة g.

وبما ان $g(x)$ معرفة لكل x لذلك أصغر قيمة للدالة g هي 1

اي أن $g(x)\geq 1$ لكل x وهذا معناه أن

$$g(x)=e^x-x\geq 1 \longrightarrow \boxed{e^x-x\geq 1}$$

www.IQsmart.co.il

ب.1) الدالة $f(x)$ معرفة لكل x بحيث $e^x-x\neq 0$

وبما انه بحسب البند أ.2 $e^x-x\geq 1$ لكل x

لذلك الدالة $f(x)$ معرفة لكل x لأن e^x-x لن تساوي صفر أبداً

ب.2) بما ان الدالة $f(x)$ معرفة لكل x اذاً لا يوجد خطوط تقارب عمودية

خطوط تقارب أفقية

$$\lim_{x\to\infty}\frac{e^x-1}{e^x-x}=\lim_{x\to\infty}\frac{e^x(1-\frac{1}{e^x})}{e^x(1-\frac{x}{e^x})}\longrightarrow\frac{e^x(1-\frac{1}{\infty})}{e^x(1-0)}=1$$

e^x يقترب الى ∞ اسرع من x ولذلك $\frac{x}{e^x}$ يقترب للصفر

اذاً $y=1$ خط تقارب افقي للدالة عندما $x\to+\infty$

$$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \lim_{x\to -\infty} \frac{e^x - 1}{e^x - x} = \frac{0-1}{0-\infty} = 0$$

اذاً $y=0$ خط تقارب افقي للدالة $f(x)$ عندما يقترب ال $x\to$

للتلخيص:

خطوط التقارب الأفقية	$y=1$ $(x\to\infty)$	$y=0$ $(x\to -\infty)$

③ تقاطع مع y $\Longleftarrow$ $x=0$

$$f(0) = \frac{e^0 - 1}{e^0 - 0} = 0$$

$(0,0)$ تقاطع مع y و x

تقاطع مع x $\boxed{y=0}$

$$0 = \frac{e^x - 1}{e^x - x} \Longrightarrow 0 = e^x - 1 \Longrightarrow \boxed{x=0}$$

إذاً هنالك نقطة تقاطع واحدة مع المحاور $(0,0)$.

④

$$f'(x) = \frac{e^x(e^x - x) - (e^x - 1)(e^x - 1)}{(e^x - x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^{2x} - x\cdot e^x - (e^x - 1)^2}{(e^x - x)^2} = \frac{e^{2x} - x e^x - (e^{2x} - 2e^x + 1)}{(e^x - x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{e^{2x}} - x\cdot e^x - \cancel{e^{2x}} + 2e^x - 1}{(e^x - x)^2} = \frac{2e^x - x\cdot e^x - 1}{(e^x - x)^2}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{2e^x - x\cdot e^x - 1}{e^x - x}}$$

ج. ١

$$f(1)=\frac{e^1-1}{e^1-1}=1$$

$$f(-1)=\frac{e^{-1}-1}{e^{-1}+1}=\frac{\frac{1}{e}-1}{\frac{1}{e}+1}=\frac{\frac{1-e}{e}}{\frac{1+e}{e}}=-0.46$$

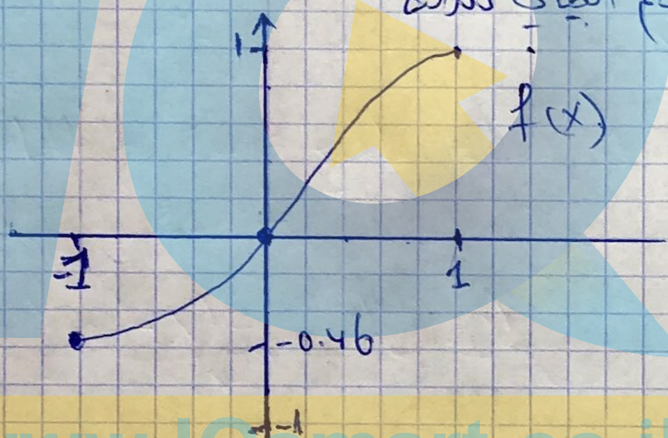
$$\boxed{f(-1)=-0.46}$$

بما ان $2e^x-xe^x-1$ موجب لكل x في المجال $-1\leq x\leq 1$

لذلك $f'(x)=\frac{2e^x-x\cdot e^x-1}{(e^x-x)^2}=\frac{+}{+}=+>0$

اي ان الدالة f تصاعدية في المجال $-1\leq x\leq 1$

وبالتالي الرسم البياني للدالة



ج. ٢ بحسب نتائج البنود السابقة خاصه للدالة $g(x)$ يوجد خطوط تقارب:

$y=0$ و $y=1$

$x\to-\infty$ ، $x\Rightarrow+\infty$

لذلك لكي تقترب الدالة من 0 عندما $x\to-\infty$ يجب ان يكون على الاقل نقطة מינימום واحدة

وبنفس المنطق وبما ان $y=1$ خط تقارب $x\to+\infty$ اذاً يجب ان يكون نقطه מקסימום او מינימום على يمين النقطه (1,1) على الاقل لكي تعود وتقترب الدالة من $y=1$ عندما $x\to+\infty$.

(1) الدالة في المجال $-1 \le x \le 0$ سالبة لذلك

$$S = \int_0^{-1} \frac{e^x - 1}{e^x - x}\, dx$$

التغير داخل التكامل هو من الصورة $\frac{u'(x)}{u(x)}$ بحيث $u(x) = e^x - x$

$$S = \int_0^{-1} \frac{u'(x)}{u(x)}\, dx = \ln u(x) \Big|_0^{-1}$$ إذاً:

$$S = \left[\ln\left(e^x - x\right)\right]_0^{-1} = \left[\ln\left(e^{-1} - (-1)\right)\right] - \ln\left(e^0 - 0\right)$$

$$S = \ln\left(\frac{1}{e} + 1\right) - \underbrace{\ln 1}_{0} = \ln\left(\frac{1}{e} + 1\right) = 0.3133$$

$$\boxed{S = 0.3133}$$ وحدات مساحة

إذاً:

www.IQsmart.co.il

حل سؤال 5

$$b>0 \qquad f(x)=\ln(e^{2x}+b)$$

1.أ بما أن b موجب و $e^{2x}>0$ لكل x لذلك $e^{x}+b>0$ لكل x
من هنا الدالة $f(x)$ معرفة لكل x.

2.أ نجد $f'(x)$ ونحدد حسبها المجالات التصاعدية والتنازلية:

$$f'(x)=\frac{2\cdot e^{2x}}{(e^{2x}+b)}>0$$

بما أن $2e^{2x}>0$, $e^{2x}+b>0$
لذلك $f'(x)$ موجبة لكل x. من هنا الدالة $f(x)$ تصاعدية لكل x

$\boxed{\text{ب.1}}$ $g(x)=\ln(e^{x}+b\cdot e^{-x})$

مجال تعريف الدالة: هو $e^{x}+b\cdot e^{-x}>0$

$$\Rightarrow \underbrace{e^{x}}_{\text{موجب}}+\underbrace{\frac{b}{e^{x}}}_{\text{موجب}}>0$$

لذلك الدالة g معرفة لكل x.

ب.2

$$f(x)-g(x)=\ln(e^{2x}+b)-\ln(e^{x}+b\cdot e^{-x})$$

$$=\ln\left(\frac{e^{2x}+b}{e^{x}+b\cdot e^{-x}}\right)=\ln\left(\frac{e^{2x}+b}{e^{x}+b\cdot e^{-x}}\cdot\frac{e^{x}}{e^{x}}\right)$$

$$=\ln\frac{e^{x}(e^{2x}+b)}{e^{2x}+b\cdot e^{-x}\cdot e^{x}}=\ln\frac{e^{x}(e^{2x}+b)}{e^{2x}+b\cdot e^{0}}=$$

$$=\ln\frac{e^{x}\cancel{(e^{2x}+b)}}{\cancel{e^{2x}+b}}=\ln e^{x}=x$$

إذن: $\boxed{f(x)-g(x)=x}$

www.IQsmart.co.il

3 نجد نقطة تقاطع الدالتين :

$$g(x)=f(x)$$

$$g(x)-f(x)=0 \Longrightarrow x=0$$

بحسب نتيجة سابقة

اذاً نقطة تقاطع الرسمين في $x=0$

وبالتالي نجد y

$$f(0)=\ln(e^{2\cdot 0}+b)=\ln(1+b)$$

إذاً: نقطة تقاطع الرسمين البيانيين هي

$$\big(0,\ln(1+b)\big)$$

د) نلاحظ أن نقطة النهاية الصغرى للدالة $g(x)$ تقع على خط تقارب الدالة $f(x)$ وهذا معناه أن الاحداثي y لنقطة النهاية الصغرى (المنيمم) للدالة g هي خط تقارب f (الـy).

نجد معادلة خط تقارب الدالة f

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\ln e^{2x}+b\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(\underbrace{e^{-\infty}}_{0}+b\right)$$

$$\Longrightarrow \lim_{x\to-\infty}=\ln(b) \Longrightarrow$$ أي أن خط التقارب هو $y=\ln b$

* ملاحظة عندما $x\to+\infty$ لا يوجد للدالة f خط تقارب ويمكن فحص ذلك.

نجد الاحداثي X_{min} لنقطة النهاية الصغرى :

$$g'(x)=\frac{1}{e^{x}+b\cdot e^{-x}}\cdot\left(e^{x}-b e^{-x}\right)=0$$

$$\Longrightarrow e^{x}-b\cdot e^{-x}=0 \longrightarrow \underbrace{e^{-x}}_{\neq 0}\left(e^{2x}-b\right)=0$$

$$\Longrightarrow e^{2x}-b=0 \Longrightarrow e^{2x}=b \Longrightarrow \ln e^{2x}=\ln b \longrightarrow x=\frac{1}{2}\ln b$$

www.IQsmart.co.il

د) ٢) نقطة الزاوية الصغرى للدالة g هي

$$X = \frac{1}{2}\ln b$$

ويمكن كتابتها كالتالي:

$$x = \ln b^{\frac{1}{2}} = \ln\sqrt{b}$$

ونحقق

$$g(\ln\sqrt{b}) = \ln(b)$$

$$g(\ln\sqrt{b}) = \ln\left(e^{\ln\sqrt{b}} + b\cdot e^{-\ln\sqrt{b}}\right)$$

$$e^{-\ln\sqrt{b}} = e^{\ln(\sqrt{b})^{-1}}$$

$$g(\ln\sqrt{b}) = \ln\left(\sqrt{b} + b\cdot(\sqrt{b})^{-1}\right) = \ln\left(b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$g(\ln\sqrt{b}) = \ln\left(2\cdot b^{\frac{1}{2}}\right) = \ln(b)$$

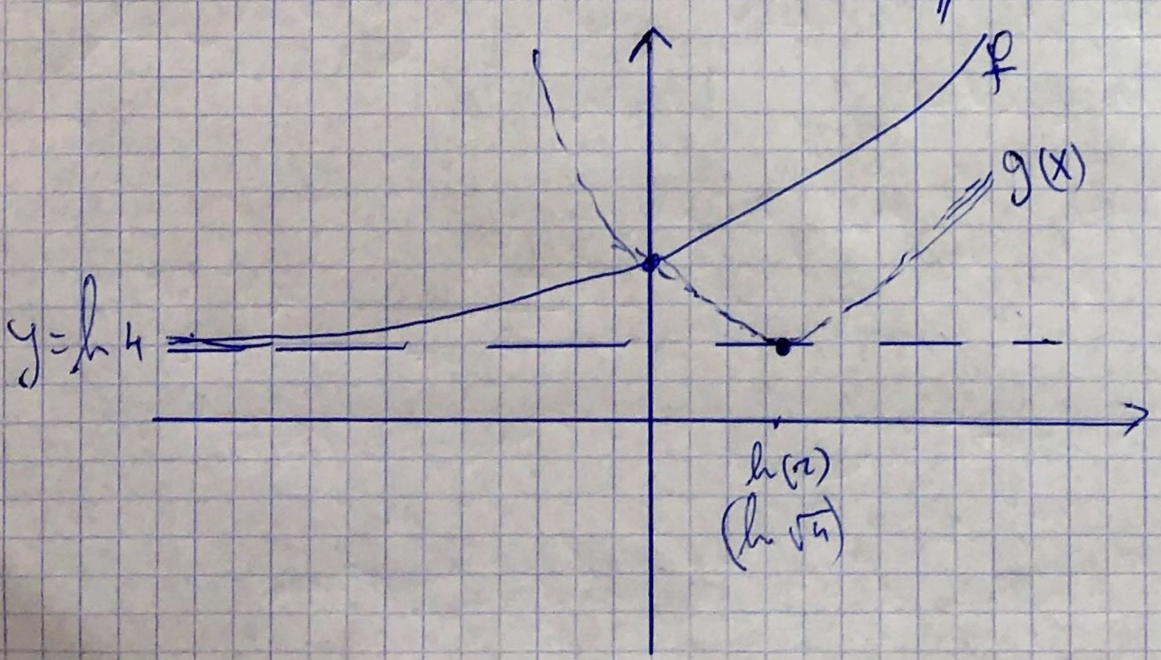
$$\Downarrow$$

$$2b^{\frac{1}{2}} = b \Longrightarrow 2 = \frac{b}{b^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{b} \Rightarrow 4 = \sqrt{b}$$

$$\Longrightarrow \boxed{4 = b}$$

www.IQsmart.co.il

ه- $f(x) = \ln(e^{2x}+4)$ // $g(x) = \ln(e^{x}+4e^{-x})$



د) إذًا نقطة الرأس الصغرى للدالة g هي

$$X = \frac{1}{2}\ln b$$

ويمكن كتابتها كالتالي:

$$x = \ln b^{\frac{1}{2}} = \ln\sqrt{b}$$

ونتحقق

$$g(\ln\sqrt{b}) = \ln(b)$$

$$g(\ln\sqrt{b}) = \ln\left(e^{\ln\sqrt{b}} + b\cdot e^{-\ln\sqrt{b}}\right) \quad \left(-\ln\sqrt{b} = \ln(\sqrt{b})^{-1}\right)$$

$$g(\ln\sqrt{b}) = \ln\left(\sqrt{b} + b\cdot(\sqrt{b})^{-1}\right) = \ln\left(b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$g(\ln\sqrt{b}) = \ln\left(2\cdot b^{\frac{1}{2}}\right) = \ln(b)$$

$$\Downarrow$$

$$2b^{\frac{1}{2}} = b \Longrightarrow 2 = \frac{b}{b^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{b} \Rightarrow 4 = \sqrt{b}$$

$$\Longrightarrow \boxed{4 = b}$$

www.IQsmart.co.il

$$g(x) = \ln\left(e^{x} + 4e^{-x}\right) \;//\; f(x) = \ln\left(e^{2x} + 4\right)$$ — ه