# حل نموذج بجروت

# (802) 381

# موعد صيف (ب)

# 2021

# طاقم الرياضيات

# معهد IQ

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, **מועד ב'**, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، **الموعد "ب"**، رقم 035381 + ملحق

## الأسئلة

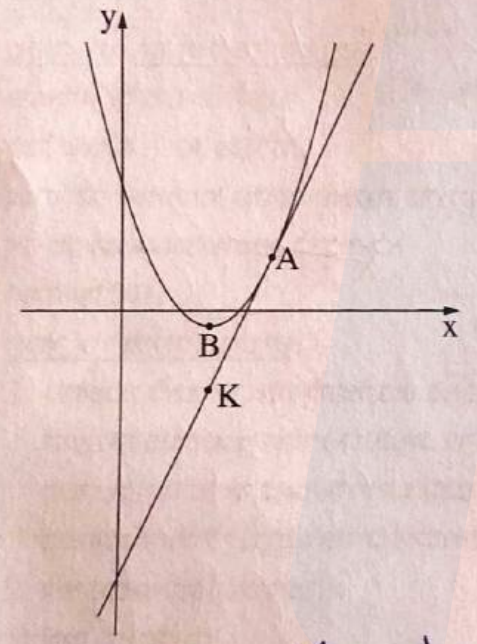
في هذا النموذج ستّة أسئلة. لإجابة كاملة عن سؤال تحصل على 30 درجة. يُسمح لك الإجابة بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاء، لكن مجموع الدرجات التي تستطيع تجميعها في هذا النموذج لن يزيد عن 100.

**اكتب جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.**

**انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.**
**عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.**

الجبر

**1.** معطى قطع مكافئ معادلته $y = x^2 - 6x + 8$،
ومستقيم معادلته $y = 4x - 17$ (انظر الرسم).




**أ.** جد إحداثيّات رأس القطع المكافئ (النقطة B في الرسم).

**ب.** اكتب مجال تصاعد ومجال تنازل القطع المكافئ.

**جـ.** جد إحداثيّات النقطة المشتركة بين القطع المكافئ والمستقيم (النقطة A في الرسم).

النقطة K تقع على المستقيم. معطى أنّ الإحداثيّ x للنقطة K يساوي الإحداثيّ x لرأس القطع المكافئ.

**د.** جد إحداثيّات النقطة K.

ب- الإحداثي x لرأس القطع المكافئ يحقق $x = \frac{-b}{2a}$
من معادلة القطع المكافئ $y = x^2 - 6x + 8$ ← $a=1, b=-6$

وبالتالي:
$x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$

نجد الإحداثي y ← نعوض بالمعادلة:
$y = 3^2 - 6 \cdot 3 + 8 = 9 - 18 + 8 = -1$

إذًا إحداثيات رأس القطع المكافئ $B: (3, -1)$

1-700-70-66-22 | www.iqsmart.co.il

/يتبع في صفحة 5/

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, **מועד ב'**, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، **الموعد "ب"**، رقم 035381 + ملحق

ب. مجال تصاعدي $X>3$ // مجال تنازلي $X<3$

ج. معادلة المستقيم $y=4x-17$
معادلة القطع المكافئ $y=x^2-6x+8$

$$x^2-6x+8=4x-17 \Leftarrow$$
$$x^2-6x-4x+8+17=0$$
$$x^2-10x+25=0 \Rightarrow$$ هذه معادلة تربيعية نحلها

صيغ الاستوائية $a=1, b=-10, c=25$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\cdot1\cdot(25)}}{2\cdot1}$$
$$x_1=\frac{10\pm\sqrt{100-100}}{2}=\frac{10\pm0}{2}=5$$

إذًا الإحداثي $x$ للنقطة A هو 5، نعوض ونجد $y$:

$$y=4x-17 \Rightarrow y=4\cdot5-17=3 \Rightarrow A(5,3)$$

د. بما أن الحضن الإحداثي $x$ للنقطة K هو نفسه لرأس القطع المكافئ
أي أن $K:(3,y_k)$، نعوض 3 في معادلة المستقيم
ونجد $y$:

$$y=4\cdot3-17=12-17=-5$$

$$\boxed{K:(3,-5)}$$

1-700-70-66-22 www.iQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 6/

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, **מועד ב'**, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، **الموعد "ب"**، رقم 035381 + ملحق

**2.** أرسلت رانية 4 طرود في البريد، كلّ واحد من الطرود وزنه مختلف، واشترت طابعًا لكلّ طرد.
يُحدَّد سعر الطابع حسب وزن الطرد.
أسعار الطوابع التي اشترتها رانية تُكوِّن متوالية حسابيّة.
سعر أغلى طابع هو 3 أضعاف سعر أرخص طابع.
دفعت رانية مقابل جميع الطوابع الأربعة مبلغًا كلّيًّا قدره 96 شيكلاً.

**أ.** ما هو سعر أرخص طابع، وما هو سعر أغلى طابع؟ فصّل حساباتك.

**ب.** ما هو سعر كلّ واحد من الطابعين الآخرَيْن؟ فصّل حساباتك.

بما ان الطرود الـ 4 عبارة عن متوالية حسابية
لذلك نفرض ان ارخص طرد سعره $a_1$
اذا يتحقق:

$a_1$ , $a_1+2d$ , $a+2d$ , $a+3d$

الطرد الاول (الاصغر) — الطرد الثاني — الثالث سعره — الرابع سعره

معلوم ان سعر الطرد الرابع 3 اضعاف الاول (الأرخص)

$$3a = a_1+3d \iff \boxed{2a_1=3d}$$

كذلك معلوم ان مجموع تكلفة كل الطرود هو 96
اي يتحقق:

$$(a_1)+(a_1+d)+(a_1+2d)+(a_1+3d)=96$$

$$\Rightarrow \boxed{4a_1+6d=96}$$

1.700.70.66.22 www.IQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 7/

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, **מועד ב'**, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، **الموعد "ب"**، رقم 035381 + ملحق

حصلنا على معادلتين - بمتغيرين:

$$2\times\begin{cases}2a_1=3d\\4a_1=6d\end{cases}\quad ,\quad 4a_1+6d=96$$

نعوض بدل $4a_1$ بـ $6d$

$$\Rightarrow 4a_1+6d=96 \Rightarrow 6d+6d=96$$
$$\Rightarrow 12d=96 \Rightarrow d=\frac{96}{12}=8$$

إذًا $d=8$ ، نعوض في المعادلة $2a_1=3d$ ونجد $a_1$

$$2a_1=3d \Rightarrow 2a_1=3\cdot 8=24 \rightarrow a_1=\frac{24}{2}=12$$

إذًا $a_1=12$ ، أي أنّ طول الضلع الأول هو 12 سنتيمتر

$3a_1=3\cdot 12=36$ ← أي أنّ طول الضلع الثالث هو 36 سنتيمتر

إذًا طول الضلع الأول 12 سنتيمتر، وطول الضلع الثالث 36 سنتيمتر

ب. أطوال الأضلاع هي:

$d=8$

$a_1, a_1+d, a_1+2d, a_1+3d$

$12 \quad 12+8=20 \quad 36 \quad 12+2\cdot 8=28$

إذًا سعر الضلع الثاني 20 شيكل
سعر الضلع الثالث 28 شيكل

1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 8/

3. كمّيّة مادّة إشعاعيّة معيّنة تقلّ كلّ ساعة بنسبة مئويّة ثابتة.
قاس أحد العلماء كمّيّة المادّة ثلاث مرّات في نفس اليوم.
في الساعة 7:00 صباحًا كانت كمّيّة المادّة 60 غرامًا.
في الساعة 10:00 صباحًا كانت كمّيّة المادّة 50 غرامًا.

أ. ما هي النسبة المئويّة التي تقلّ بها كمّيّة المادّة كلّ ساعة؟

قاس العالِم كمّيّة المادّة في المرّة الثالثة في نفس اليوم في الساعة 16:00 بعد الظهر.

ب. كم كانت كمّيّة المادّة في القياس الثالث؟

جـ. في أيّة ساعة كانت كمّيّة المادّة حوالي 44 غرامًا؟

في الساعة السابعة لحظة القياس الأول
في الساعة العاشرة بعد مرور 3 ساعات

$M_0 = 60$
$M_3 = 50$

$M_3 = M_0 \cdot q^3 \Rightarrow 50 = 60 \cdot q^3 \rightarrow \frac{50}{60} = q^3$

$\rightarrow q^3 = \frac{5}{6} \rightarrow q = \sqrt[3]{\frac{5}{6}} = 0.941$

إذًا بعد كل ساعة تصبح كمية المادة 0.941 من الكمية التي كانت وبالتالي الكمية تقل بنسبة

$1 - 0.941 = 0.059$

وبالنسبة المئوية هي:

$0.059 \cdot 100\% = 5.9\%$

/يتبع في صفحة 9



1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il
לא לכתוב באזור זה / لا تكتب في هذه المنطقة

ب في الساعة 16:00 اي نقدّر 9 ساعات من كمية العيّنة الأولى
ينتج

$$M_9 = M_0 \cdot q^9 \rightarrow M_0 = 60 \cdot (0.941)^9 = 34.71$$

اذاً كمية المادة الساعة 16:00 هي 34.71 غرام.

$$M_t = M_0 \cdot q^t \rightarrow 44 = 60 \cdot (0.941)^t \quad M_t = 44 - p.$$

$$\frac{44}{60} = 0.941^t \rightarrow 0.733 = 0.941^t$$

نفحص ونجد t

بما أنه في الساعة 10:00 كانت كمية ($t=3$)
المادة 50 غرام إذاً نبدأ الفحص $\leftarrow t=4$

$0.941^4 = 0.784$ X

نفحص $t=5$

$0.941^5 = 0.737$

اي أنه نقدّر مرور 5 ساعات لتكون كمية المادة
44 غرام بالتقريب اي الساعة 15:00

1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il

/ يتبع في صفحة 10 /

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, **מועד ב'**, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، **الموعد "ب"**، رقم 035381 + ملحق

## حساب المثلثات

4. في شبه المنحرف $ABCD$ $(AB \parallel CD)$

معطى أنّ: $AD = 12$ سم ، $DC = 8$ سم ، $CB = 17$ سم ،

$\sphericalangle DAB = 75^\circ$ .

DE هو ارتفاع شبه المنحرف (انظر الرسم).

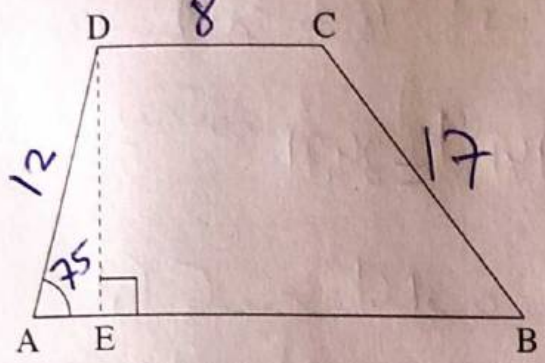
أ. جد طول القطعة AE .

ب. جد طول ارتفاع شبه المنحرف DE .

ج. جد طول القاعدة الكبرى AB .

د. احسب مساحة شبه المنحرف.

هـ. جد مقدار الزاوية $\sphericalangle DBA$ .




أ- في $\triangle AED$

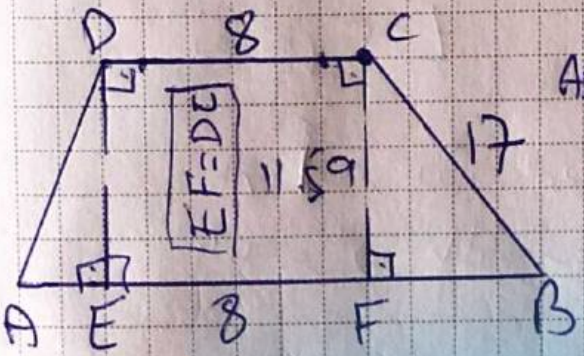
$\cos 75 = \frac{AE}{12} \Rightarrow AE = 12 \cdot \cos 75 = 3.106$

$\boxed{AE = 3.106}$

ب- في $\triangle AED$ ~ $\triangle AEB$

$\sin 75 = \frac{DE}{12} \Rightarrow 12 \cdot \sin 75 = DE$ (11.59)

$\boxed{DE = 11.59}$




ج- نرسم من C ارتفاع على القاعدة AB

$\boxed{CF = DE = 11.59}$ ارتفاع لـ $\triangle CF$

في $\triangle CFB$ حسب فيثاغورس

$CF^2 + FB^2 = 17^2$

$(11.59)^2 + FB^2 = 289 \Rightarrow FB^2 = 289 - 134.33$

$\Rightarrow FB^2 = 154.671 \Rightarrow \boxed{FB = \sqrt{154.671} = 12.44}$

$AB = \underbrace{AE}_{3.106} + \underbrace{EF}_{8} + \underbrace{FB}_{12.44} = \boxed{23.546}$ ب.ا :

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

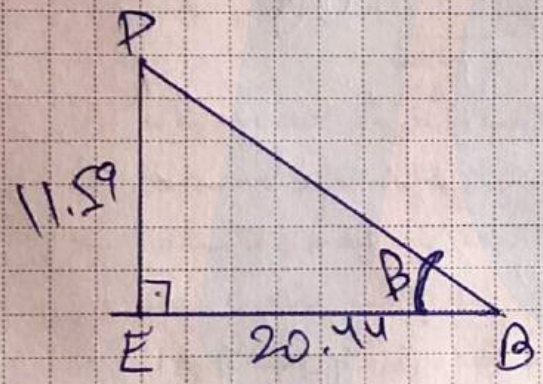
/يتبع في صفحة 11

ه. مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الصغرى} + \text{القاعدة الكبرى}) \cdot \text{الارتفاع}}{2}$

$$S_{ABCD} = \frac{(DC+AB)\cdot DE}{2} = \frac{(8+23.546)\cdot(11.59)}{2}$$

$$S_{\text{شبه المنحرف}} = 182.77$$

و. في المثلث DEB




$EB = EF + FB = 8 + 12.44$

$EB = 20.44$

$DE = 11.59$

$tg\beta = \frac{11.59}{20.44}$ ويتحقق

$tg\beta = 0.564 \Rightarrow \beta = 29.45$

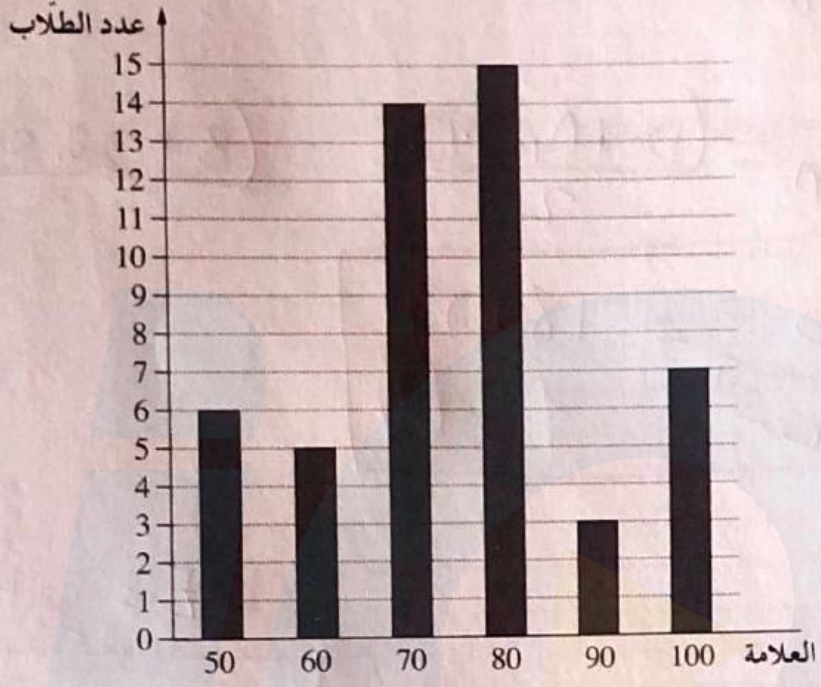
$\measuredangle DBA = B = 29.45°$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

/ يتبع في صفحة 12 /

الاحتمال والإحصاء

5. مخطّط الأعمدة الذي أمامك يعرض توزيع العلامات في الرياضيّات التي حصل عليها جميع طلّاب طبقة صفوف العاشر في المدرسة الثانويّة "البلديّة "أ"".




أ. ما هو عدد الطلّاب في طبقة صفوف العاشر في المدرسة الثانويّة "البلديّة "أ""؟

ب. احسب معدّل العلامات في الرياضيّات لطلّاب طبقة العاشر في المدرسة الثانويّة "البلديّة "أ"".

جـ. الطالب الذي يحصل على علامة أعلى من 89 يُعتبَر طالبًا متميّزًا.
يختارون بشكل عشوائيّ طالبًا من طلّاب طبقة صفوف العاشر في المدرسة الثانويّة "البلديّة "أ".
ما هو الاحتمال بأن يكون الطالب الذي اختير طالبًا متميّزًا؟

د. أحد الطلّاب في طبقة صفوف العاشر اعترض على العلامة التي حصل عليها.
بعد إعادة الفحص، ارتفعت علامة الطالب بـ 20 درجة.
ما هو معدّل العلامات الجديد لجميع طلّاب طبقة صفوف العاشر؟

(أ) نبني جدول يعبر عن المعطيات

| العلامة | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد الطلاب | 6 | 5 | 14 | 15 | 3 | 7 | = 50 |
| مجموع العلامات | 300 | 300 | 980 | 1200 | 270 | 700 | = 3750 |

عدد الطلاب في طبقة العاشر 50 طالب

(ب) المعدل $= \frac{3750}{50} = \boxed{75}$

/يتبع في صفحة 13/

ج- الطلاب الذين يحصلون على علامة أعلى من 89 هم الطلاب الذين يحصلون على 90 أو 95 وعددهم حسب الرسم والجدول $7+3=10$ طلاب

وبالتالي احتمال اختيار طالب متميز بشكل عشوائي هو

$$P(\text{اختيار طالب متميز}) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

د- بما أن علامة الطالب الذي اعترض على علامته ونتيجة الاعتراض ارتفعت علامته 20 علامة وبالتالي تغيّر المجموع الكلي واصبح :-

مجموع العلامات: $3750+20=3770$

وعدد الطلاب لم يتغير وبقي 50 لذلك :-

$$\text{المعدل الجديد} = \frac{3750+20}{50} = \frac{3770}{50} = 75.4$$

المعدل الجديد = 75.4

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 14/

**6.** العلامات التي حصل عليها طلّاب امتُحِنوا في امتحان قطريّ تتوزّع طبيعيًّا، والانحراف المعياريّ هو 8.
84% من العلامات هي أقلّ من 75.

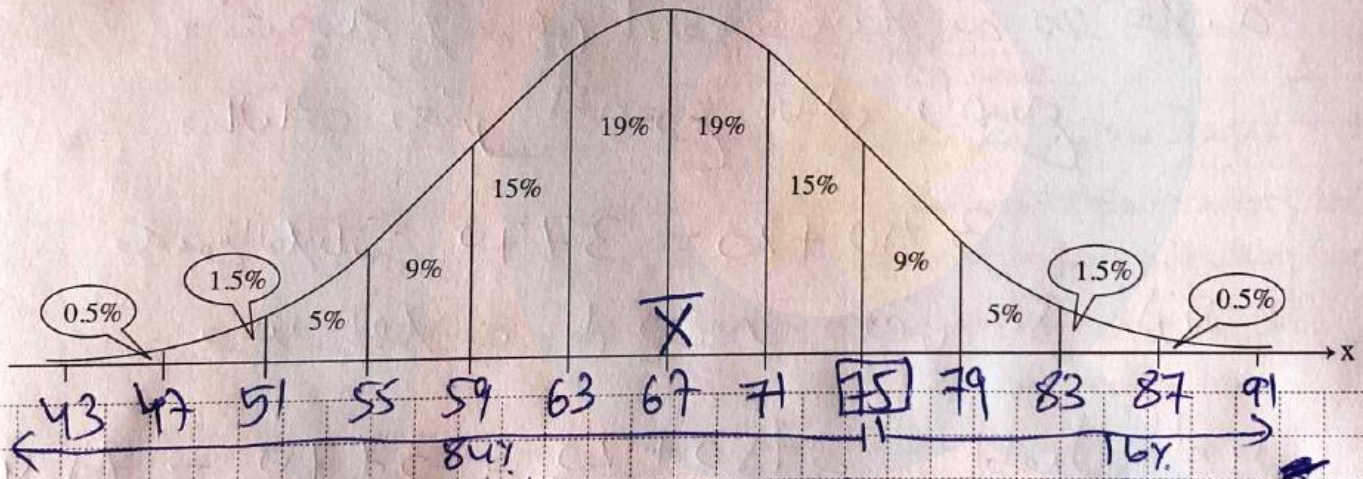
**أ.** ما هو معدّل علامات الطلّاب؟

**ب.** يختارون بشكل عشوائيّ علامة أحد الطلّاب الذين امتُحِنوا.
ما هو الاحتمال بأن تكون العلامة التي اختيرت أقلّ من 55؟

**جـ.** تَقَدَّمَ للامتحان 95,000 طالب.
حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ، كم طالبًا حصل على علامة أعلى من 55 لكن أقلّ من 75؟

**د.** الطلّاب الذين حصلوا على أعلى علامات يحظون بوسام.
تَقَرَّرَ بأن يحظى 2% فقط من الطلّاب بوسام.
ما هي أقلّ علامة يحظى مقابلها طالب بوسام؟

أمامك الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ من لائحة القوانين. استعِن به في حساباتك.




بحسب المعطيات طالبة 84% من الطلاب حصلوا على علامة أقل من 75، بالتالي نُعيّن على المنحنى العلامة 75 بحيث تكون 84% من العلامات أقل منها وبالتالي ستكون كما هو مبين بالرسم.

الانحراف المعياري هو 8 وبالتالي بين كل علامة والتي تليها هناك $\frac{8}{2} = 4$ علامات.

/يتبع في صفحة 15

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, **מועד ב'**, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، **الموعد "ب"**، رقم 035381 + ملحق

א. تُعيّن العلامات على المنحنى البياني. منحنى التوزيع الطبيعي
وبما أن المنحنى البياني معدل العلامات هو 67

ب. نسبة العلامات التي أقل من 55 هي:-
0.5% + 1.5% + 5% = 7%
وبالتالي إحتمال اختيار طالب علامته أقل من 55 هي 7%

ج- نسبة الطلاب الذين علاماتهم بين 55 و 77 هي:-
9% + 15% + 19% + 19% + 15% = 77%
وعددهم هو:
$\frac{77}{100} \cdot 95000 = 77 \cdot 950 = 73150$

د. نبحث عن العلامة التي فوقها 2% من العلامات أكبر مزيج.
بحسب الجدول 2% من العلامات أعلى من 83
وبالتالي كل طالب حصل على علامة 83 أو أعلى سيحصل على وسام.

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

/تتبع صفحات دفتر إضافية/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

לא לכתוב בשטח זה