حل نموذج بجروت

(802) 381

موعد مُتصدرين

2021

طاقم الرياضيات

معهد IQ

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: **חורף נבצרים**, תשפ"א, 2021

מספר השאלון: **035381**

נספח: דפי נוסחאות ל־3 יחידות לימוד

תרגום לערבית (2)

מתמטיקה

3 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שש שאלות.
לכל שאלה — 30 נקודות.
מותר לך לענות על מספר שאלות כרצונך, אך סך הנקודות שתוכל לצבור לא יעלה על 100.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. **כתוב את כל החישובים והתשובות בגוף השאלון.**
אסור לכתוב על הפסים שבשוליים.
2. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיוטה יש להשתמש בדפים שבגוף השאלון. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

دولة إسرائيل

وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بجروت

موعد الامتحان: **شتاء للمتعذّر عليهم**، 2021

رقم النّموذج: **035381**

ملحق: لوائح قوانين لـ 3 وحدات تعليميّة

ترجمة إلى العربيّة (2)

الرياضيّات

3 وحدات تعليميّة – النّموذج الثّاني

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ساعة ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ستّة أسئلة.
لكلّ سؤال – 30 درجة.
يُسمح لك الإجابة عن عدد أسئلة كما تشاء، لكن مجموع الدّرجات التي تستطيع تجميعها لن يزيد عن 100.

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. **اكتب جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.**
لا تُسمح الكتابة على الخطوط التي في الهوامش.
2. فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال الصّفحات التي في نموذج الامتحان. استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.

שים לב: בסוף הבחינה מצורפים דפי טיוטה לשימושך. אין להוסיף דפים אחרים למחברת הבחינה.
انتبه: في آخر الامتحان توجد صفحات مسوّدة لاستعمالك. لا تُضف أوراقا أخرى إلى دفتر الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף נבצרים, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء للمتعذّر عليهم، 2021، رقم 035381 + ملحق

الأسئلة

في هذا النموذج ستّة أسئلة. لإجابة كاملة عن سؤال تحصل على 30 درجة. يُسمح لك الإجابة بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاء، لكن مجموع الدرجات التي تستطيع تجميعها في هذا النموذج لن يزيد عن 100.

اكتب جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.

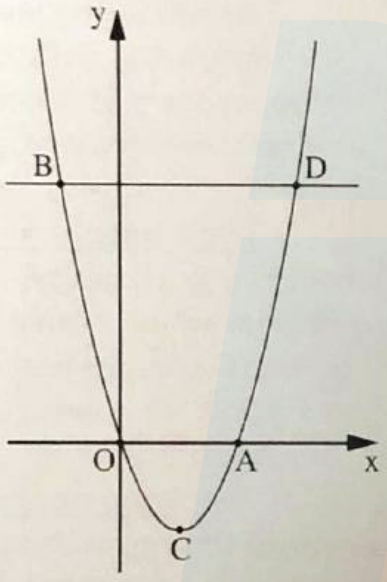
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الجبر

1. معطى قطع مكافئ معادلته $y = x^2 - 4x$.

القطع المكافئ يقطع المحور x في نقطة أصل المحاور O وفي نقطة إضافيّة A.

أ. جد إحداثيّات النقطة A.



النقطة C هي رأس القطع المكافئ (انظر الرسم).

ب. جد إحداثيّات النقطة C.

النقطتان B و D تقعان على القطع المكافئ.

الإحداثيّ x للنقطة B هو (2−) والإحداثيّ x للنقطة D هو 6.

ج. بيّن أنّ الإحداثيّ y للنقطة B يساوي الإحداثيّ y للنقطة D.

د. احسب مساحة المثلّث BDC.

أ- النقطة A تقطع المحور x في الجزء الموجب.
نقطة تقاطع مع المحور x الاحداثي y لها 0، لذلك
نعوض $y=0$ في معادلة القطع المكافئ: $y=x^2-4x$
$y=x(x-4)=0 \Rightarrow x=0$ او $x-4=0 \Rightarrow x=4$
حاصل ضرب عددين x و $(x-4)$ يساوي صفر
اذا كان احدهم صفر
اذًا احداثيات النقطة A هي:
$\boxed{A(4,0)}$
ملاحظة: من الممكن حل المعادلة $x^2-4x=0$ بواسطة الاستوار.

/يتبع في صفحة 5

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף נבצרים, תשפ"א, 2021, מס' 035381 • נספח
الرياضيات، موعد شتاء للمتعذر عليهم، 2021، رقم 035381 + ملحق

ب. رأس القطع المكافئ

الإحداثي x للقطع المكافئ في نقطة رأسه يعطى بالعلاقة $x=\frac{-b}{2a}$ وهو أيضا الإحداثي x لرأس القطع المكافئ

في معادلة القطع المكافئ $y=x^2-4x$

$a=1 \quad b=-4 \Rightarrow x=\frac{-(-4)}{2\cdot 1}=\frac{4}{2}=2$ الإحداثي x لرأس القطع المكافئ

نجد الإحداثي y للنقطة:

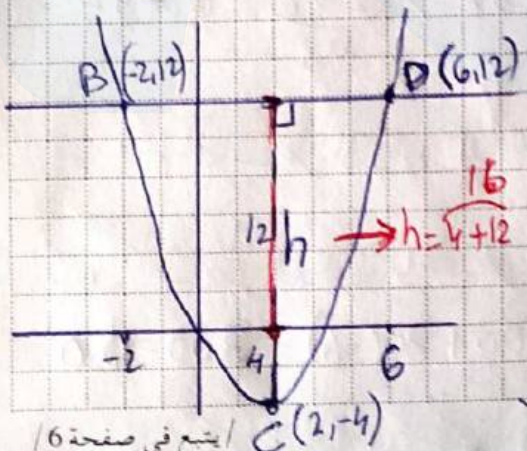
$y(2)=2^2-4\cdot 2=4-8=-4$

إذا، رأس الدالة هو $\boxed{C(2,-4)}$

ج. بحسب المعطيات الإحداثي x للنقطة B هو -2 والإحداثي x للنقطة D هو 6. وبما أن للنقطتين نفس الإحداثي y فهو موجود في معادلة القطع المكافئ الإحداثي x للنقطتين:

$y_B=y(-2)=(-2)^2-4\cdot(-2)=4+8=12 \quad \boxed{B(-2,12)}$

$y_D=6^2-4\cdot 6=36-24=12 \quad \boxed{D:(6,12)}$



د. مساحة المثلث BDC: $\frac{BD\cdot h}{2}$

$BD=6-(-2)=8$

$h=4+12=16$

$S_{BDC}=\frac{16\cdot 8}{2}=64$

إذا، مساحة المثلث BDC هي 64.

/يتبع في صفحة 6/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף נבצרים, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء للمتعذّر عليهم، 2021، رقم 035381 + ملحق

2. سعر التذكرة لمسرحيّة معيّنة يُحدَّد حسب السطر (الصفّ) الموجود فيه مكان الجلوس في القاعة.
سعر تذكرة الجلوس في كلّ واحد من الأسطر (باستثناء السطر الأوّل) أقلّ بـ 6 شواكل من سعر تذكرة الجلوس في السطر الذي قبله.
سعر تذكرة الجلوس في السطر الثامن في القاعة هو 258 شيكلاً.

أ. جد سعر تذكرة الجلوس في السطر الأوّل.

ب. يوجد في القاعة 21 سطرًا بالمجمل.
ما هو سعر تذكرة الجلوس في السطر الأخير؟

ج. اشترى موسى تذكرة واحدة للمسرحيّة، ودفع مقابلها 198 شيكلاً.
للجلوس في أيّ سطر اشترى موسى التذكرة؟ فصّل حساباتك.

ب. بحسب المعطيات سعر تذكرة الجلوس في كل سطر أقل بـ 6 شيكل من السطر الذي قبله (باستثناء السطر الأول) وهذا معناه أن سعر تذكرة الجلوس بحسب السطر عبارة عن متواليه حسابيه فرقها $d=-6$ ويتحقق $a_8=258$

ولحساب حدود المتوالية الحد العام يتحقق $a_n=a_1+(n-1)d$

$a_8=a_1+7d=a_1+7\cdot(-6)\Rightarrow 258=a_1+42$

$258+42=a_1\Rightarrow 300=a_1$

أي أن سعر التذكرة بالسطر الأول 300 شيكل

ب. سعر التذكرة بالسطر الأخير هو a_{21}

$a_{21}=a_1+20d\Rightarrow a_{21}=300+20(-6)=300-120$

$a_{21}=180$

أي أن سعر التذكرة في السطر الأخير سطر 21 هو 180 شيكل.

/يتبع في صفحة 7/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף נבצרים, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيات، موعد شتاء للمتعذّر عليهم، 2021، رقم 035381 + ملحق

ج- بحسب البند (ב) سعر التذكرة في السطر الأخير هو 180 شيكل وهو بالسطر 21، نرجع الى الوراء حتى نصل الى سعر تذكرة 198 ونقصي كالتالي:

$$\frac{198}{18}\xleftarrow{+6}\frac{192}{19}\xleftarrow{+6}\frac{186}{20}\xleftarrow{+6}\frac{180}{21}$$

اي ان سعر التذكرة في السطر 18 هو 198.

طريقة أخرى:

يمكن ايجاد السطر بحسب قانون الحد العام المتوالية:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$n=?$ $a_n = 198$ // $a_1 = 300$ / $d = -6$

$$198 = 300 + (n-1)\cdot(-6)$$

$$198 = 300 - 6n + 6 \Rightarrow 198 = 306 - 6n$$

$$\Rightarrow 6n = 306 - 198 \Rightarrow 6n = 108 \Rightarrow n = \frac{108}{6} = 18$$

$$\boxed{n = 18}$$

إذا السطر ال 18 تكلفة التذكرة فيه هي 198 شيكل

/يتبع في صفحة 8/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף נבצרים, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء للمتعذّر عليهم، 2021، رقم 035381 + ملحق

3. استثمر يزيد 20,000 شيكل في برنامج توفير فائدتُهُ السنويّة ثابتة.
بعد مرور 4 سنوات، كان المبلغ الماليّ في برنامج التوفير 24,311 شيكلاً.

أ. بكَم ضعفًا ازداد المبلغ الماليّ في برنامج التوفير في كلّ سنة؟

ب. ما هي النسبة المئويّة التي ازداد بها المبلغ الماليّ في برنامج التوفير في كلّ سنة؟

جـ. ما هو المبلغ الماليّ الذي كان بحوزة يزيد في برنامج التوفير بعد سنتَيْن من الاستثمار في برنامج التوفير؟

أ. السؤال هو سؤال نزايد حلولك سنعلمه جبر الفائدة

$M_x = M_0 \cdot q^x$ بحسب المعطيات $M_0 = 20000$

المبلغ في برنامج التوفير بعد 4 سنوات هو 24311 $M_4 = 24311$

وبالتالي يتحقق:

$M_4 = M_0 \cdot q^4 \Rightarrow 24311 = 20000 \cdot q^4$

$\Rightarrow \frac{24311}{20000} = q^4 \Rightarrow 1.21555 = q^4 \Rightarrow \sqrt[4]{1.21555} = q$

$\Rightarrow 1.05 = q$

إذًا المبلغ يتضاعف كل سنة بمقدار 1.05

ب. النسبة المئوية التي يزداد فيها المبلغ كل سنة هي p

$q = 1 + p$ ويتحقق $q\% = 100\% + p\%$

$q\% = 100\% \cdot 1.05 \leftarrow q\% = q \cdot 100\% \leftarrow q = 105\%$

وبالتالي: $105\% = 100\% + p\% \leftarrow p\% \leftarrow 105\% - 100\%$

$p\% = 5\%$

/يتبع في صفحة 9

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף נבצרים, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء للمتعذّر عليهم، 2021، رقم 035381 + ملحق

ج. بعد سنتين من التوفير قيمة المبلغ هي M_2 وتحقق

$$M_2 = M_0 \cdot q^2 \Rightarrow M_2 = 20000 \cdot (1.05)^2$$

$$\boxed{\begin{matrix} M_0 = 20000 \\ q = 1.05 \end{matrix}}$$

$$M_2 = 20000 \cdot 1.1025 = 22050$$

$$\boxed{M_2 = 22050}$$

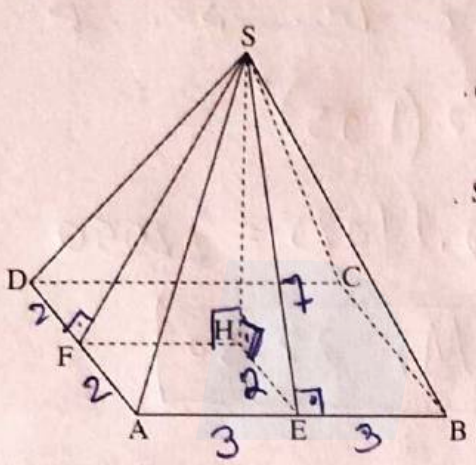
إذًا بعد سنتين من التوفير سيكون المبلغ 22050 شيكل

/ يتبع في صفحة 10 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף נבצרים, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء للمتعذّر عليهم، 2021، رقم 035381 + ملحق

حساب المثلّثات



4. القاعدة ABCD في الهرم القائم SABCD هي مستطيل (انظر الرسم).
معطى أنّ: AD = 4 سم ، AB = 6 سم .
الارتفاع على الضلع AB في الوجه SAB هو 7 سم = SE .

أ. احسب ارتفاع الهرم SH .

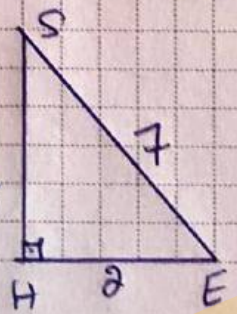
ب. احسب الارتفاع SF على الضلع DA في الوجه SDA .

ج. احسب مقدار الزاوية التي بين الارتفاع SF وقاعدة الهرم.

أ- بمعطيات قاعدة الهرم هي مستطيل طوله AB=6 وعرضه AD=4 . كل وجه من أوجه الهرم عبارة عن مثلث متساوي الساقين أي أن SAB هو مثلث متساوي الساقين وايضاً SAD مثلث متساوي الساقين بما أن SE هو ارتفاع في المثلث SAB المتساوي الساقين لذلك هذا الارتفاع ينصف القاعدة اي أن E منتصف الضلع وبالتالي $AE=EB=\frac{6}{2}$ ⇐ $\boxed{AE=EB=3}$

وبنفس الطريقة $AF=FD=\frac{4}{2}$ ⇐ $\boxed{DF=AF=2}$

المثلث SHE قائم الزاوية



وبمساعدة فيثاغورس نتحقق:

$SE^2 = SH^2 + HE^2 \Rightarrow 7^2 = SH^2 + 2^2$

$\Rightarrow 49 = SH^2 + 4 \Rightarrow SH^2 = 49 - 4 \Rightarrow SH^2 = 45$

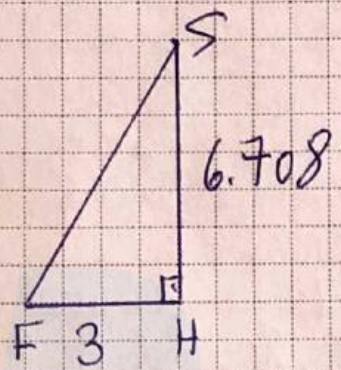
$\boxed{SH = \sqrt{45} = 6.708}$

/ يتبع في صفحة 11 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

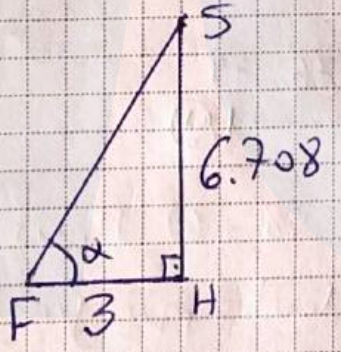
מתמטיקה, מועד חורף נבצרים, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء للمتعذّر عليهم، 2021، رقم 035381 + ملحق

ب. المثلث SHF قائم فيه HF=AE ← HF=3
وطول SH=6.708 حسب المعطيات:



$$SF^2 = HF^2 + SH^2$$
$$SF^2 = 3^2 + (6.708)^2$$
$$SF^2 = 9 + 44.997$$
$$SF^2 = 53.997 \rightarrow SF = \sqrt{53.997}$$
$$\boxed{SF = 7.348}$$

ج. الزاوية بين الارتفاع SF وقاعدة الهرم هي $\angle SFH = \alpha$
في المثلث القائم SHF.
وبتحقق:



$$tg\alpha = \frac{6.708}{3} = 2.236$$
$$\boxed{\alpha = 65.904}$$

/يتبع في صفحة 1♯

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף נבצרים, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء للمتعذّر عليهم، 2021، رقم 035381 + ملحق

الاحتمال والإحصاء

5. كتبت هند أحرف اسمها على أوجه مكعّب متوازن: كتبت هند كلّ حرف على وجهين.

أ. ترمي هند المكعّب مرّة واحدة.

ما هو الاحتمال بأن يسقط المكعّب على الحرف "د"؟

ترمي هند المكعّب ثلاث مرّات.

ب. ما هو الاحتمال بأن يسقط المكعّب على الأحرف هـ ن د حسب ترتيب هذه الأحرف في اسمها؟ علّل.

جـ. ما هو الاحتمال بأن يسقط المكعّب في جميع المرّات الثلاث على نفس الحرف؟ علّل.

أ- بحسب المعطيات كل حرف في أحرف اسمها هند الثلاث: هـ، ن، د يتكرر مرتين على أوجه المكعب وبالتالي احتمال الحصول على الحرف (د) عند رمي المكعب هو:

$$p(د) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

ب- الاحتمال ان يسقط المكعب في المرة الاولى على الحرف "هـ" هو $p(هـ) = \frac{1}{3}$ وبالمرة الثانية على الحرف "ن" هو ايضاً $\frac{1}{3}$ وفي المرة الثالثة على الحرف "د" هو أيضاً $\frac{1}{3}$

وبالتالي $p(\text{هـ، ن، د بالترتيب}) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

اذا احتمال سقوط المكعب عندما رميه 3 مرات على الاسم هـ، ن، د هو $\frac{1}{27}$

/ يتبع في صفحة 13 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף נבצרים, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيات، موعد شتاء للمتعذّر عليهم، 2021، رقم 035381 + ملحق

ج- الاحتمال ان يسقط على نفس الحرف 3 مرات متتالية دون اهمية لأي حرف. يمكن حسابه بعدة طرق والطريقة الأسرع هي:

في المرة الاولى التي نرمي المكعب ليهما على اي حرف يسقط ومكن ان يسقط على اي حرف والاحتمال للمرة الاولى هي 1

في المرة الثانية نطلب ان يسقط على نفس الحرف الذي سقط عليه بالمرة الاولى والاحتمال لسقوط المكعب على حرف معين هي $\frac{1}{3}$ وفي المرة الثالثة الاحتمال ان يسقط على نفس الحرف الذي سقط عليه في المرة الاولى والثانية هو ايضا $\frac{1}{3}$ وعندها الاحتمال الكلي هو $1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \leftarrow \frac{1}{9}$

اي الاحتمال ان يسقط على نفس الحرف 3 مرات هو $\boxed{\frac{1}{9}}$

طريقة اخرى:

الاحتمال ان يسقط على نفس الحرف 3 مرات هو

أن يسقط على الحرف "ه" 3 مرات $= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

او ان يسقط على الحرف "ن" 3 مرات $= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

أو ان يسقط على الحرف "د" 3 مرات $= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

وبالمجموع الاحتمال هو $= \frac{1}{27} + \frac{1}{27} + \frac{1}{27} = \frac{3}{27} = \boxed{\frac{1}{9}}$

/ يتبع في صفحة 12 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף נבצרים, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء للمتعذّر عليهم، 2021، رقم 035381 + ملحق

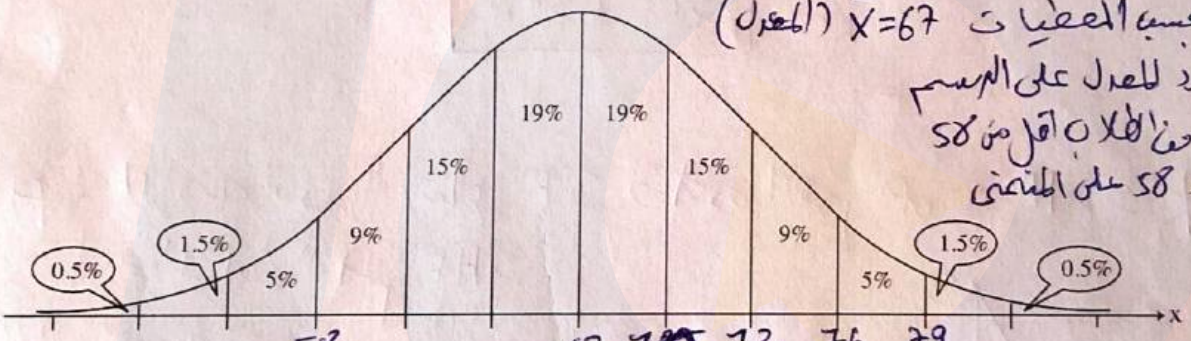
6. علامات امتحان قطريّ تتوزّع طبيعيًّا.
معدّل العلامات في الامتحان هو 67 .
علامة 7% من الطلّاب الذين تقدّموا للامتحان كانت أقلّ من 58 .

أ. جد الانحراف المعياريّ للعلامات.

ب. جد النسبة المئويّة للطلّاب الذين كانت علامتهم أعلى من 67 لكن أقلّ من 79 .

جـ. تَقَدَّمَ للامتحان 2,500 طالب.
حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ، جد عدد الطلّاب الذين كانت علامتهم أعلى من 67 لكن أقلّ من 79.

أمامك الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ من لائحة القوانين. استعْمِلْهُ به في حساباتك.



بحسب المعطيات $\bar{X}=67$ (المعدل)
نجد للمعدل على الرسم
7% من الطلاب اقل من 58
نجد 58 على المنحنى

7% ← 67-58=9

أ- بين الـ 67 و 58 يوجد 9 وحدات ~~كل~~ الـ 9 وحدات
يفصل بينهم 3 انفعالات كل انفعال عبارة عن $\frac{1}{2}\sigma$ (نفس الطرف)
- بالتالي 3 انفعالات عبارة عن 1.5σ وتتفق $9=1.5\sigma$
$\rightarrow \sigma=\frac{9}{1.5}=6$ ← إذًا الانحراف المعياري هو $\sigma=6$

ب- نجد العلامات على المنحنى بحسب الانحراف المعياري
حتى 79 ونجد النسبة المئوية للعلامات بين 67-79
← بحسب المنحنى تشكل $48\%=5\%+9\%+15\%+19\%$

/ يتبع في صفحة 15

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, **מועד חורף נבצרים, תשפ"א, 2021**, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، **موعد شتاء للمتعذّر عليهم، 2021**، رقم 035381 + ملحق

6. بحسب المنذب النسبة المئوية للطلاب التي علاماتها بين 67-79 هي 48% من مجمل الطلاب. وبما ان عدد الطلاب الكلي هو 2500 لذلك عدد الطلاب الذين علاماتهم بين 67-79 هو $48\% \cdot 2500 \leftarrow \frac{48}{100} \cdot 2500 = 1200$ طالب

اذًا عدد الطلاب الذين علاماتهم بين 67-79 هو **1200**

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

/نتبع صفحات دفتر إضافيّة/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il