حل نموذج بجروت

582 (807)

موعد صيف (أ)

2021

طاقم الرياضيات

معهد IQ

حل سؤال 1

أ. نفرض أن النقطة $M(x_m, y_m)$ نقطة تقع على المحل الهندسي المطلوب.

بُعد M عن $(a,0)$ هو
$$\sqrt{(x_m-a)^2+y_m^2}$$

بُعد M عن $x=a-1$ هو:
$$|x_m-(a-1)|$$

ويتحقق
$$\sqrt{(x_m-a)^2+y_m^2} = |x_m-(a-1)|$$

نُربع طرفي المعادلة:
$$(x_m-a)^2+y_m^2 = (x_m-(a-1))^2$$
$$y_m^2 = [x_m-(a-1)]^2-[x_m-a]^2$$
$$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$$
$$y_m^2 = [x_m-(a-1)+(x_m-a)]\cdot[\cancel{x_m}-(\cancel{a}-1)-(\cancel{x_m}-\cancel{a})]$$
$$y_m^2 = (2x_m-2a+1)\cdot 1$$

اذاً معادلة المحل الهندسي هي:
$$\boxed{y_m^2 = 2x_m-2a+1}$$

ب. نفرض أن النقطة $P(x_p, y_p)$ تقع على المحل الهندسي

اذاً بُعد P عن $(0,a)$ هو $\sqrt{x_p^2+(y_p-a)^2}$

وبُعد P عن المستقيم $y=a-1$ هو
$$|y_p-(a-1)|$$

• نتحقق:

$$\sqrt{x_p^2+(y_p-a)^2} = |y_p \overset{-a+1}{-(a-1)}|$$

نربع الطرفين:

$$x_p^2+(y_p-a)^2=(y_p-a+1)^2$$

$$x_p^2=(y_p-a+1)^2-(y_p-a)^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{تعبير من الصورة}\\ A^2-B^2\end{array}\right]$$

$$x_p^2=\left[(y_p-a+1)+(y_p-a)\right]\cdot\left[\cancel{y_p}-\cancel{a}+1-(\cancel{y_p}-\cancel{a})\right]$$

$$x_p^2=\left[2y_p-2a+1\right]\cdot\left[1\right]$$

اذاً معادلة المحل الهندسي المطلوب

$$\boxed{x_p^2=2y_p-2a+1}$$

d. نبحث المعطيات المحلين الهندسيين اللذين وجدناهما يتقاطعان في النقطة (2,2) أي أن:

نعوض النقاط في كل واحدة من المعادلتين ونجد a:

الأولى $y_m^2=2x_m-2a+1 \Rightarrow 2^2=2\cdot2-2a+1 \Rightarrow 4=4-2a+1$

$\Rightarrow 2a=1 \Rightarrow \boxed{a=\frac{1}{2}} \Rightarrow$

الثاني $x_p^2=2y_p-2a+1 \Rightarrow 4=2\cdot2-2a+1 \Rightarrow \boxed{a=\frac{1}{2}}$

وعندها معادلة المحلين الهندسيين هي:

$$y_m^2=2x_m-2\cdot\frac{1}{2}+1 \Rightarrow \boxed{y_m^2=2x_m}$$

$$x_p^2=2y_p-2\cdot\frac{1}{2}+1 \Rightarrow \boxed{x_p^2=2y_p}$$

(2.) لكي نجد نقطة التقاطع الثانية نحل المعادلتين بمتغيرين اللتين تعبران عن المحلّين الهندسيين:

$$\text{I} \quad y_m^2 = 2x_m$$

$$\text{II} \quad x_p^2 = 2y_p \Rightarrow \boxed{\frac{x_p^2}{2} = y_p}$$

$$\Longrightarrow \left(\frac{x^2}{2}\right)^2 = 2x \rightarrow \frac{x^4}{4} = 2x \rightarrow x^4 = 8x$$

$$\Longrightarrow x^4 - 8x = x\left(x^3 - 8\right) = 0$$

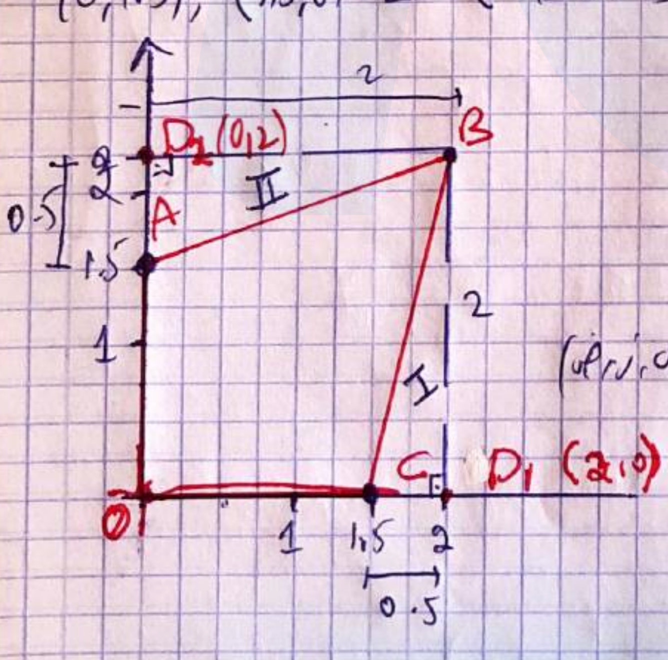
$$\boxed{x = 0} \quad \text{أو} \quad x^3 - 8 = 0 \Longrightarrow \boxed{x = 2}$$

النقطة الإضافية — النقطة المعطاة

نبدل y: $y^2 = 2\cdot 0 \Rightarrow y = 0$

اذاً النقطة الثانية هي $(0,0)$

(د.) (1) $a = \frac{1}{2} \Leftarrow$ النقطتان $(3a,0)$ و $(0,3a)$ هما $(1.5,0)$, $(0,1.5)$



لتكن D_1 بحيث $D_1(2,0)$

و D_2 بحيث $D_2(0,2)$

نرسم BD_1 و BD_2

$\triangle ABD_2 \cong CBD_1$ (ض، ز، ض)

$AD_2 = AD_1 = 0.5$

$BD_2 = BD_1 = 2$

$\measuredangle D_1 = \measuredangle D_2 = 90°$

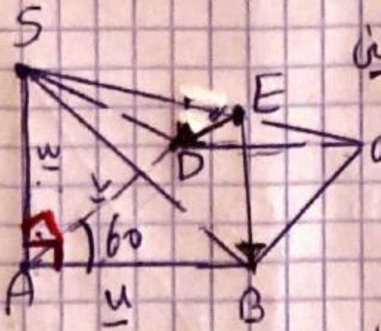
وبالتالي الشكل الرباعي ABCO هو دالتون $OA = OC$ و $AB = BC$

(2.) مساحة ABCO هي مساحة المستطيل OD_1BD_2 − مساحة المثلثين I و II

مساحة المستطيل $= 2\cdot 2 = 4$ مساحة المثلثين $2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow 1$

وبالتالي المساحة $3 = (4-1)$ $\boxed{\text{مساحة } ABCO = 3}$

حل سؤال 2



$SA \perp ABCD$

$\measuredangle BAD = 60^\circ$

بحسب المعطيات ABCD معين

أي أن ارتفاع الهرم $SA = BA$

مساوٍ لطول ضلع القاعدة

E هي نقطة على SC بحيث يتحقق

$$\vec{SE} = t \cdot \vec{SC}$$

$\vec{AS} = \underline{w} \quad \vec{AB} = \underline{u} \quad \vec{AD} = \underline{v}$

$$\underline{w} \perp \underline{v} \quad , \underline{w} \perp \underline{u} \Longrightarrow \begin{matrix} \underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \\ \underline{u} \cdot \underline{v} = 0 \end{matrix}$$

ويتحقق أيضاً:

$$\cos 60 = \frac{\underline{u} \cdot \underline{v}}{|\underline{u}| \cdot |\underline{v}|}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2} \cdot |\underline{u}|^2 = \underline{u} \cdot \underline{v}}$$

-أ

$$\vec{EB} = \vec{EC} + \vec{CB}$$

$$\vec{SC} = \vec{SE} + \vec{EC} \Rightarrow \vec{EC} = \vec{SC} - \vec{SE}$$

$$\vec{EC} = \vec{SC} - t\vec{SC} = (1-t)\vec{SC}$$

$$\vec{SC} = \vec{SA} + \vec{AB} + \vec{BC} = -\underline{w} + \underline{u} + \underline{v}$$

$$\boxed{\vec{SC} = \underline{u} + \underline{v} - \underline{w}}$$

$$\vec{EC} = (1-t) \cdot \vec{SC} = (1-t) \cdot (\underline{u} + \underline{v} - \underline{w})$$

$$\vec{EB} = \vec{EC} + \vec{CB} = (1-t) \cdot (\underline{u} + \underline{v} - \underline{w}) - \underline{v}$$

$$\boxed{\vec{EB} = (1-t) \cdot \underline{u} - (1-t) \cdot \underline{w} - t\underline{v}}$$

$$\vec{ED} = \vec{ES} + \vec{SD} = \overbrace{-t(\underline{u} + \underline{v} - \underline{w})}^{\vec{ES}} + \overbrace{\underline{w} + \underline{v}}^{\vec{SD}} = (1-t) \cdot \underline{w} + (1-t)\underline{v} - t \cdot \underline{u}$$

$$\vec{SD} = \vec{SA} + \vec{AD} = \underline{w} + \underline{v}$$

$$\vec{ES} = -t \cdot \vec{SC} = -t(\underline{u} + \underline{v} - \underline{w})$$

$$\boxed{\vec{ED} = (1-t) \cdot \underline{w} + (1-t) \cdot \underline{v} - t\,\underline{u}}$$

ب- $t=\frac{1}{2}$

نعوض في $\overrightarrow{EB}$ و $\overrightarrow{ED}$ ونحصل على:-

$$\overrightarrow{EB}=\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\underline{u}-\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\underline{w}-\frac{1}{2}\underline{v}$$

$$\boxed{\overrightarrow{EB}=\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}-\frac{1}{2}\underline{v}}$$

$$\overrightarrow{ED}=-t\underline{u}+(1-t)\cdot\underline{v}+(t-1)\cdot\underline{w}$$

$$\boxed{\overrightarrow{ED}=-\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}}$$

لكي نبرهن أن $\overrightarrow{EB}$ يعامد $\overrightarrow{ED}$ نبرهن أن:

$$\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{ED}=0$$

$$\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}-\frac{1}{2}\underline{v}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}\right)$$

$\boxed{\underline{u}\perp\underline{w}\quad \underline{u}\cdot\underline{w}=0 \quad \underline{v}\perp\underline{w}\quad \underline{v}\cdot\underline{w}=0}$

$$=\frac{1}{2}(\underline{u}-\underline{w}-\underline{v})\cdot\frac{1}{2}(-\underline{u}+\underline{v}-\underline{w})$$

$$=\frac{1}{4}(\underline{u}-\underline{w}-\underline{v})(-\underline{u}+\underline{v}-\underline{w})$$

$$=\frac{1}{4}\left[-\underline{u}^2+\underline{u}\cdot\underline{v}-\cancel{\underline{u}\cdot\underline{w}}^{0}+\cancel{\underline{w}\cdot\underline{u}}^{0}-\cancel{\underline{w}\cdot\underline{v}}^{0}+\underline{w}^2+\underline{u}\cdot\underline{v}-\underline{v}^2+\cancel{\underline{v}\cdot\underline{w}}^{0}\right)$$

$$=\frac{1}{4}\left[\underbrace{-|\underline{u}|^2+\frac{1}{2}|\underline{u}|^2+\frac{1}{2}|\underline{u}|^2}_{0}\ \underbrace{-|\underline{v}|^2+|\underline{w}|^2}_{0}\right]=0$$

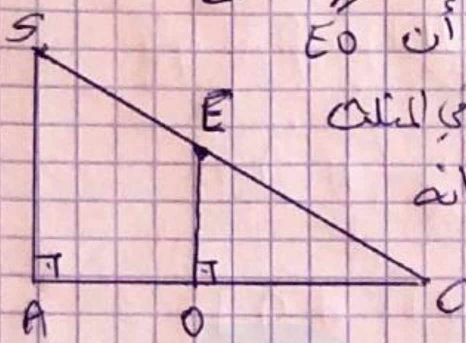
$|\underline{v}|=|\underline{w}|$

إذاً $\overrightarrow{ED}\perp\overrightarrow{EB}$ وهو المطلوب

ب.2

بما أن $t=\frac{1}{2}$ اذا E هي منتصف الضلع SC

العمود النازل من E على القاعدة موازٍ للضلع AS العمودي على القاعدة أيضاً وبالتالي ينتج أن EO هو مستقيم ينطلق من منتصف SC في المثلث SAC ويوازي الضلع SA اي انه قاعدة وسطى في SAC وبالتالي O هي منتصف AC اي ان O هي نقطة التقاء اقطار المعين ABCD لأنها نصف القطر AC



ج. $A(0,0,0)$ $B(6\sqrt{3},6,0)$ والرأس D يقع على المحور y في الاتجاه الموجب وكذلك مقطع أي الاحداثي z للنقطة هو اكبر من صفر.

بما أن D تقع على المحور y لذلك هي من الصورة $(0,y_D,0)$

وبما أن $AD=AB$ اذاً الاحداثي y_D مساوٍ لطول AB

$$\overline{AB}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2+6^2+0^2}=\sqrt{36\cdot3+36}=\sqrt{144}=12$$

اذاً $\boxed{y_D=12} \Leftarrow D(0,12,0)$

S نقطة تقع على المحور z بالجزء الموجب وبما أن $AS=AB$

اذاً $S:(0,0,12)$

د. نأخذ المتجهين $\vec{AS}$ و $\vec{AB}$ كمتجهين يفرشان المستوى SAB

(שני וקטורים שפורשים את המישור)

$\vec{AB}=(6\sqrt{3},6,0)$ $\vec{AS}(0,0,12)$ ولكن $\underline{k}=(a,b,c)$ متجه يعامد SAB اذاً يتحقق:

$$(0,0,12)(a,b,c)=0 \Rightarrow 12c=0 \rightarrow c=0$$

$$(a,b,c)(6\sqrt{3},6,0)=0 \Rightarrow 6\sqrt{3}\cdot a+6\cdot b=0 \Rightarrow \sqrt{3}\,a+b=0$$

نعوض ان $a=\sqrt{3} \Rightarrow b=-3$ والمتجه $(\sqrt{3},-3,0)$ يعامد المستوى

د) الثاني معادلة المستوى من الصورة

$$\sqrt{3}x + 3y + d = 0$$

بما ان المستوى يمر بـ $A(0,0,0)$ اذن $d=0$

معادلة المستوى SAB هي

$$\boxed{SAB: \pi = \sqrt{3}x + 3y = 0}$$

حل سؤال 3

أ-

$$Z^4=-16 \Rightarrow Z^4=16\cdot cis(180)$$

$$Z_k=\sqrt[4]{16}\cdot cis\left(\frac{180}{4}+\frac{360k}{4}\right)=2\,cis(45+90k)$$

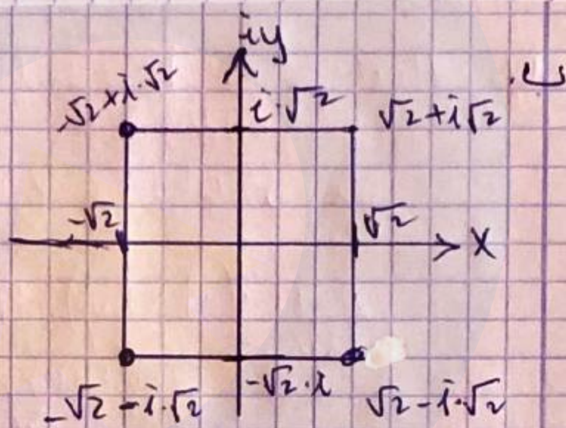
$$Z_0=2\,cis\,45=\sqrt{2}+i\cdot\sqrt{2}$$

$$Z_1=2\,cis\,(45+90)=2\,cis(135)=-\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i$$

$$Z_2=2\,cis\,(225)=-\sqrt{2}-\sqrt{2}\cdot i$$

$$Z_3=2\,cis\,(315)=\sqrt{2}-\sqrt{2}\cdot i$$

ب.



أ- العدد $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ بالصورة القطبية هو:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{i}{\sqrt{2}} \rightarrow r=\sqrt{\underbrace{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}_{\frac{1}{2}}+\underbrace{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}_{\frac{1}{2}}}=1 \Rightarrow r=1$$

$$tg\,\alpha=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=1 \Rightarrow \boxed{\alpha=45°}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{i}{\sqrt{2}}=1\cdot cis\,45$$

ج:

$$Z_0\cdot cis45=2\,cis\,45\cdot 1\,cis\,45=2\,cis(45+45)=\boxed{2\,cis\,90}$$

$$Z_1\cdot cis\,45=2\,cis\,135\cdot cis\,45=2\,cis(135+45)=\boxed{2\,cis\,180}$$

$$Z_2\cdot cis\,45=2\,cis\,225\cdot cis\,45=2\,cis(225+45)=\boxed{2\,cis\,(270)}$$

$$Z_3\cdot cis\,45=2\cdot cis\,(315)\cdot cis(45)=\boxed{2\,cis\,360}=\boxed{2\,cis\,0}$$

ل. بالبنود (أ) و(ج) وجدنا 8 أعداد

$2cis0 \,//\, 2cis45 \,//\, 2cis90 \,//\, 2cis135 \,//\, 2cis180$

$2cis225 \,//\, 2cis270 \,//\, 2cis315 \,//$

وهذه الاعداد تقع على دائرة الق نصف قطرها $r=2$
وبما أن الفرق بين كل حل والحل الذي يليه من حيث الزاوية بينهما هو 45 (زوايا الحلول $0,45,90,\ldots$)

لذلك هذه الحلول ممكن ان تكون حلولاً لمعادلة من الصورة

$$z^{8k}=2^{8k}=c$$

بحيث k عدد صحيح وبما ان $11<n\le 17$
اذاً عندما تكون $k=2$ نحصل على $n=8k=8\cdot 2=16$
اذاً $\boxed{n=16}$

وعندها $c=2^{16} \longrightarrow c=65536$

هـ. المضلع الذي يتكون من حلول المعادلة $z^{16}=65536$ هو مضلع يتألف من 16 ضلع (منتظم) ويمكن تقسيمه الى 16 مثلث متساوي الساقين كلها متطابقة وطول الساق فيه 2 وزاوية الرأس فيها $\frac{360}{16}=22.5$

مساحة المضلع = 16 · مساحة مثلث واحد $=16\cdot 2\cdot 2\cdot \frac{1}{2}\cdot \sin 22.5$

مساحة المضلع $= 32\cdot \sin 22.5 = \boxed{12.25}$

حل سؤال 4

$$f(x) = 1 + a \cdot e^{-2x} \qquad a > 1$$

1.أ الدالة $f(x)$ معرفة لكل x وبالتالي للدالة لا يوجد خطوط تقارب عمودية.

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 1 + a \cdot \frac{1}{e^{2x}} = 1 + a \cdot \frac{1}{\infty} = 1$$

$\boxed{y = 1 \text{ خط تقارب افقي } x \to +\infty}$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} 1 + a \cdot e^{-2(-\infty)} = 1 + \infty \to \infty$$

بإذاً عندما $x \to -\infty$ لا يوجد خط تقارب أفقي للدالة.

2.أ

$$f'(x) = \overbrace{-2 \cdot a}^{\text{سالب دائماً}} \cdot \underbrace{e^{-2x}}_{\text{موجب دائماً}} = 0$$

$\neq 0$ أبداً

لا يوجد حل.

اي لا يوجد نقاط قصوى.

التعبير $-2a e^{-2x}$ سالب لكل x لذلك $f'(x)$ تنازلية لكل x.

3.أ تقاطع مع المحاور:

مع $x \leftarrow y = 0$

$$0 = 1 + a \cdot e^{-2x} \rightarrow -1 = a \cdot e^{-2x}$$

لا يوجد x يحقق المطلوب لأن $a > 1$ و e^{-2x} لكل x

اذاً لا يوجد تقاطع مع x والدالة موجبة لكل x.

تقاطع مع المحور y $\Leftarrow x = 0$

$$f(0) = 1 + a \cdot e^{-2 \cdot 0} = 1 + a$$

نقطة تقاطع الدالة مع المحور y $(0, 1+a)$

ب. $g(x)=\frac{1}{f(x)}$

1. الدالة $g(x)$ ليست معرّفة في المجال الذي فيه $f(x)$ غير معرفة وفي النقاط الصفرية لـ $f(x)$ أيضًا
وبما أن $f(x)$ معرّفة وموجبة لكل x لذلك $g(x)$ معرفة لكل x.

2. الدالة $g(x)$ معرّفة لكل x ولذلك لا يوجد خطوط تقارب عمودية

خطوط تقارب أفقية:

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{f(x)}=y=\frac{1}{1}=1$$

إذاً $\boxed{\underset{x\to+\infty}{y=1}}$ هو خط تقارب عندما $x\to+\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{\infty}=0$$

إذاً $\boxed{\underset{x\to-\infty}{y=0}}$ هو خط تقارب افقي عندما يقترب $x\to-\infty$

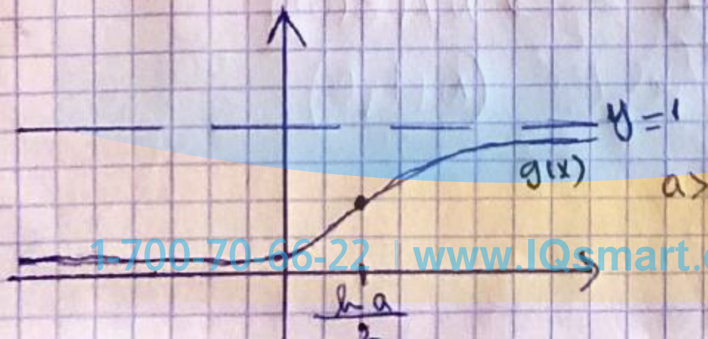
3. $A:\left(\frac{\ln(a)}{2}, y_A\right)$ هي نقطة التواء للدالة $g(x)$

نجد y_A:

$$y_A=g\left(\frac{\ln(a)}{2}\right)=\frac{1}{f\left(\frac{\ln(a)}{2}\right)}$$

$$y_A=\frac{1}{1+a\cdot e^{-2\cdot\frac{\ln a}{2}}}=\frac{1}{1+a\,e^{-\ln a}}=\frac{1}{1+a\cdot\frac{1}{a}}=\frac{1}{2}$$

إذاً: $A\left(1,\frac{1}{2}\right)$ نقطة الالتواء للدالة $g(x)$.



$a>1 \to \ln a>0$

ج.1 في نقطة الألتواء للدالة هي نقطة قصوى للمشتقة
وبالتالي يتحقق أن $g''(x)=0$ اي ان $g''\left(\frac{\ln a}{2}\right)=0$

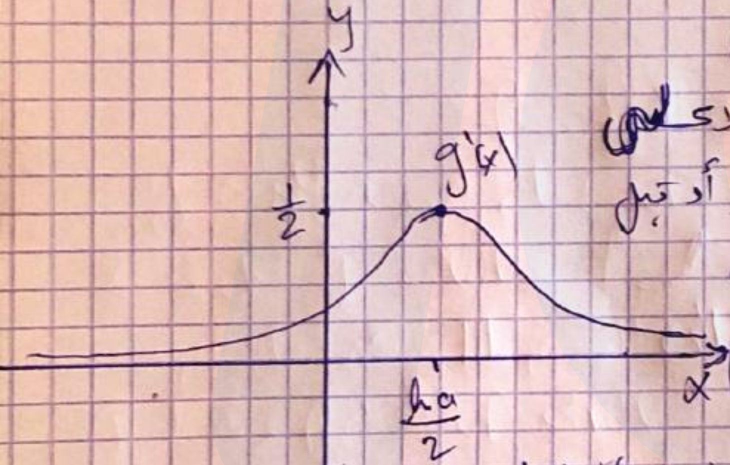
$$g'(x)=\frac{-f'(x)}{(f(x))^2}=\frac{2a\cdot e^{-2x}}{(1+a\cdot e^{-2x})^2}$$

$$g'\left(\frac{\ln a}{2}\right)=\frac{2a\cdot e^{-2\frac{\ln a}{2}}}{(1+a\cdot e^{-2\cdot\frac{\ln a}{2}})^2}=\frac{2a\cdot\frac{1}{a}}{(1+a\cdot\frac{1}{a})^2}=\frac{2\cdot\frac{a}{a}}{(1+\frac{a}{a})^2}=\frac{2}{2^2}$$

$$g'\left(\frac{\ln a}{2}\right)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

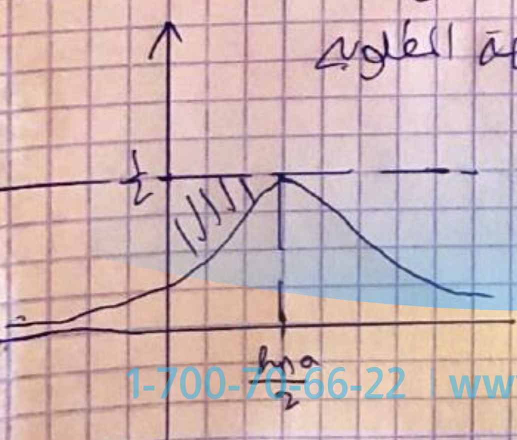
وبالتالي النقطة القصوى للمشتقة هي: $\boxed{\left(\frac{\ln a}{2},\frac{1}{2}\right)}$

ج.2



بحسب الرسم البياني للدالة $g(x)$
نلاحظ انها تنتقل من مقعرة للاعلى
الى مقعرة للاسفل بجوار أو قبل
وبعد نقطة الالتواء (دائما يجب
تعريف نقطة الالتواء هنا صحيح)
وبالتالي المشتقه ستنتقل من
تصاعدي الى تنازليه (قبل نقطة الالتواء وبعدها)
اي ان نقطة الالتواء هي نقطة maximum للمشتقة
وبما ان $g(x)$ تصاعديه لكل x اذا $g'(x)$ موجبه لكل x.

ب. المستقيم $y=\frac{1}{2}$ يمس الدالة في النقطة القصوى.
المستقيم $x=0$ هو المحور y. وبالتالي المساحة المطلوبة
هي المساحة المخططة وتحقق،



$$S=\int_0^{\frac{\ln a}{2}}\left[\frac{1}{2}-g'(x)\right]dx=\left[\frac{1}{2}x-g(x)\right]_0^{\frac{\ln a}{2}}$$

$$=\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{\ln a}{2}-0\right]-\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{1+a}\right]=\boxed{\frac{\ln a}{4}+\frac{1}{a+1}-\frac{1}{2}}$$

حل سؤال 5

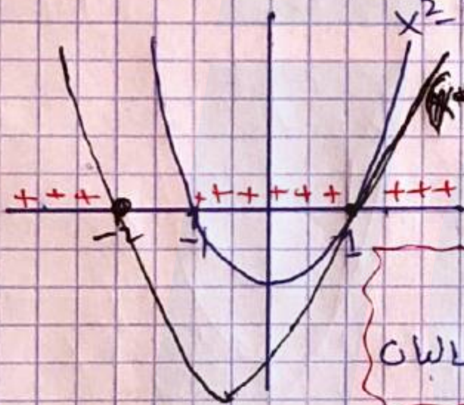
$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2-1}{(x+2)(x-1)}\right)$$

مجال تعريف الدالة $f(x)$ هو كل x يحقق:

$$\frac{x^2-1}{(x+2)(x-1)} > 0 \quad \text{وأيضا} \quad x \neq -2 \ // \ x \neq 1$$

نحل المتباينة ونجد مجال تعريف الدالة

المتباينة عبارة عن حاصل قسمة دالتين تربيعيتين
نرسم الدالتين ونحدد متى حاصل قسمتهم موجب $\left(\frac{+}{+} / \frac{-}{-}\right)$
حسب الرسم البياني لهم (المرفق):



حسب الرسم حاصل القسمة للدالتين تكون موجبة في المجال:

$\underbrace{x>1 \text{ او } x<-2}_{\text{البسط والمقام موجبان}}$ أو $\underbrace{-2<x<-1}_{\text{البسط والمقام سالبان}}$

بعد تحديد مجال التعريف يمكننا اختزال التعبير داخل ال ln
عندها نحصل على دالة أبسط، بنفس مجال التعريف ولها صفات مطابقة

$$f(x) = \ln\frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{(x+2)\cancel{(x-1)}} = \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$$

2. خطوط التقارب

بما أننا اختزلنا $(x=1)$ لذلك نعوض $x=1$ في التعبير داخل ال ln ونحصل على ثقب الدالة:

$$f(1) = \ln\frac{1+1}{1+2} = \ln\frac{2}{3} \Longrightarrow \text{ثقب } \left(1, \frac{2}{3}\right)$$

(انتبه في $x=1$ نحصل على ...)

في $X=-2$ الدالة غير معرفة والدالة بجوار 2- تقترب من:

$\ln\left(\frac{-2+1}{-2+2}\right) \longrightarrow -\infty \Longrightarrow$ خط تقارب $\boxed{X=-2}$

الدالة غير معرفة في $X=-1$ أيضاً (نحصل على $\ln(0)=-\infty$)

وبالتالي $\boxed{X=-1}$ خط تقارب

اذاً بالإجمال: $\boxed{X=-1}$ // $\boxed{X=-2}$ خطوط تقارب عمودية

نقب $(1, \ln\frac{2}{3})$

خطوط تقارب أفقية:

$X\to\infty \Rightarrow \lim_{X\to\infty} \ln\left(\frac{X+1}{X+1}\right) \to \ln(1)=0$

اذاً: $X\to\infty \Leftarrow y=0$ خط تقارب

$X\to-\infty \Rightarrow \lim_{X\to-\infty} \ln\frac{X+1}{X+1} \longrightarrow \ln 1 = 0$

إذاً: $X\to-\infty \Leftarrow y=0$ خط تقارب أيضاً

وبالتالي $y=0$ هو خط تقارب افقي للدالة عندما $X\to\pm\infty$

(3)

$$f(x)=\ln\frac{(X+1)}{X+2} = \ln(X+1)-\ln(X+2)$$

$$f'(x)=\frac{1}{X+1}-\frac{1}{X+2}=\frac{(X+2)-(X+1)}{(X+1)(X+2)}=\frac{1}{(X+1)(X+2)}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{1}{(X+1)(X+2)}}$$

لا يوجد X $f'(x)=0 \Rightarrow$ يحل المعادلة. (البسط دائماً موجب)

لذلك لا يوجد نقاط قصوى للدالة

ولكي نحدد المجالات التصاعدية والتنازلية للدالة يجب ان نجد إشارة المشتق في كل جزء من مجال التعريف.

مجال تعريف الدالة هو $x>1$ $\quad -1<x<1$ $\quad x<-2$

$$f'(x)=\frac{1}{(x+1)(x+2)}$$

x	$x=-3$ $x<-2$	$x=0$ $-1<x<1$	$x=2$ $1<x$
$f'(x)$	$f'(-3)>0$	$f'(0)>0$	$f'(2)>0$
$f(x)$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\nearrow$

$$f'(-3)=\frac{1}{(-2)(-1)}=\frac{1}{2}>0$$

$$f'(0)=\frac{1}{1\cdot 2}=\frac{1}{2}>0$$

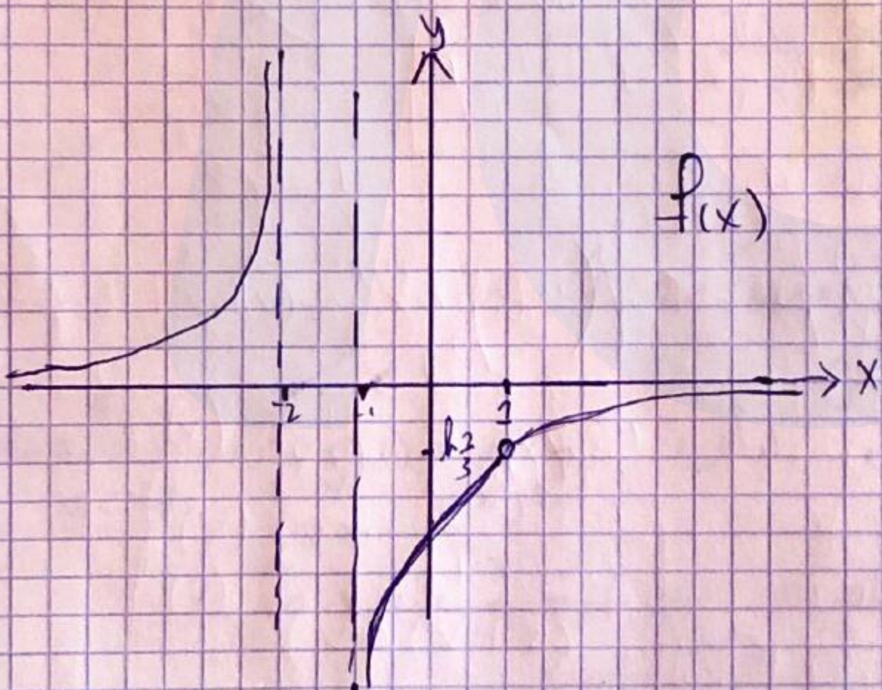
$$f'(2)=\frac{1}{3\cdot 4}=\frac{1}{12}>0$$

$\Longrightarrow$ اذاً الدالة تصاعدية في كل جزء من مجال تعريفها

أي أن المجالات التصاعدية $x<-2$ او $-1<x<1$ او $x>1$

مجالات تنازلية $\emptyset$.

أ.4



ب.4 $g(x)=\ln(f(x))$

1. مجال تعريف الدالة هو كل x بحيث $f(x)>0$

وحسب الرسم لـ $f(x)$ فإن هذا يتحقق لكل $x<-2$

أي أن مجال تعريف الدالة $g(x)$ هو $\boxed{x<-2}$