حل نموذج بجروت

(802) 381

موعد صيفي خاص

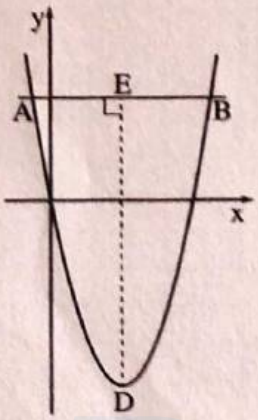
2021

طاقم الرياضيات

معهد IQ

حل سؤال 1

1. معطى قطع مكافئ معادلته $y = x^2 - 6x$.



المستقيم $y = 7$ يقطع القطع المكافئ في نقطتين A وَ B (انظر الرسم).

أ. جد إحداثيّات النقطتين A وَ B .

ب. النقطة D هي رأس القطع المكافئ.
جد إحداثيّات النقطة D .

جـ. DE يعامد AB ، كما هو موصوف في الرسم.
جد طول DE .

د. جد مساحة المثلث ADB.

أ. A و B هي نقاط تقاطع القطع المكافئ والمستقيم $y=7$

أي تتحقق: $x^2-6x=7$

$\Rightarrow x^2-6x-7=0$

نحل المعادلة التربيعية بالشكل:

$a=1 \quad b=-6 \quad c=-7$

$$x_{1,2}=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4(1)(-7)}}{2\cdot1}=\frac{6\pm\sqrt{36+28}}{2}$$

$$x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{64}}{2}=\frac{6\pm8}{2}$$

$x_1=\frac{6+8}{2}=\frac{14}{2}$ $\quad x_2=\frac{6-8}{2}=\frac{-2}{2}$

$\boxed{x_1=7}$ $\quad \boxed{x_2=-1}$

$\boxed{B=(7,7) \quad A(-1,7)}$: إذن

ب- إحداثيات القطع المكافئ D:

$$x_D=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-6)}{2\cdot1}=\frac{6}{2}=3$$

نجد y:

$y=x^2-6x$

$y=3^2-6\cdot3=9-18=-9$

$\boxed{D\ (3,-9)}$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

(7.) DE و AB يقعان على المستقيم الذي معادلته $x=3$ ولذلك D و E تقعان

$D(3,-9)$ $E(3,7)$ DE لإيجاد طول

$DE = 7-(-9) = 7+9 = 16$

$\boxed{DE=16}$

(2) لإيجاد مساحة المثلث ABD

$$S_{\triangle ABD} = \frac{AB \cdot DE}{2}$$

$\boxed{DE=16}$

$A(-1,7)$
$B(7,7)$

$AB = x_B - x_A = 7-(-1) = 7+1 = 8$

$\boxed{AB=8}$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{AB \cdot DE}{2} = \frac{8 \cdot 16}{2} = 64$$

$\boxed{\text{مساحة المثلث } ABD = S_{\triangle ABD} = 64}$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

حل سؤال 2

2. اشترى يوسف مكنسة كهربائيّة بأقساط شهريّة تُشكّل متوالية حسابيّة.
دفع يوسف في الشهرين الثالث والرابع مبلغًا كلّيًّا قدره 570 شيكلاً.
دفع يوسف في الشهر السادس 440 شيكلاً.

أ. كم شيكلاً دفع يوسف في الشهر الأوّل؟

ب. كم شيكلاً دفع يوسف في الشهر الثاني؟
دفع يوسف في الشهر الأخير 564 شيكلاً.

ج. بكَم قسطًا اشترى يوسف المكنسة الكهربائيّة؟

بحسب المعطيات اقساط المكنسة الكهربائية التي اشتراها يوسف عبارة عن متوالية حسابية:

a_1 الشهر الاول ، a_1+d a_2 الشهر الثاني ، a_1+2d a_3 الشهر الثالث ، a_1+3d a_4 الشهر الرابع ، a_1+5d a_6 الشهر السادس

بحسب المعطيات: القسط الثالث والرابع معًا 570 شيكل

اي يتحقق $a_3+a_4=570$

$a_1+2d+a_1+3d=570$

$$I \quad \boxed{2a_1+5d=570}$$

كذلك القسط السادس 440 شيكل.

اي يتحقق: $$II \quad \boxed{a_1+5d=440}$$

اذا حصلنا على معادلتين بمتغيرين:

نطرح المعادلتين $\begin{cases} 2a_1+5d=570 \\ a_1+5d=440 \end{cases}$ -

$2a_1-a_1+0=570-440$

$$\boxed{a_1=130}$$

اي ان القسط الاول هو 130 شيكل

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

ج- نجد أولاً المتوالية d ومن ثم نحسب القسط الثاني

نحسب البند الأول $a_1 = 130$

والقسط السادس $a_1 + 5d = 440$

نعوض بدل a_1 ونجد d

$130 + 5d = 440$

$5d = 440 - 130$

$5d = 310 \Rightarrow d = \frac{310}{5} = 62$

إذاً $\boxed{d = 62}$

القسط الثاني:

$a_2 = a_1 + d$

$a_2 = 130 + 62 = 192$

$\boxed{a_2 = 192}$

د- نحسب المعطيات القسط الأخير هو 564 شيكل

أي يتحقق: $a_n = a_1 + (n-1)d = 564$

$130 + (n-1) \cdot 62 = 564$

$130 + 62n - 62 = 564$

$62n = 564 - 130 + 62$

$62n = 496$

$n = \frac{496}{62} = 8$

إذاً $n = 8$

وبالتالي عدد الأقساط التي ستدفع يوسف هو 8

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

حل السؤال 3

3. أخذ كريم قرضًا من البنك قدره 400,000 شيكل.
في كلّ سنة، قلّصَ كريم دَيْنَهُ للبنك بـ 14% .

أ. كم كان دَيْن كريم للبنك بعد سنتين من أخذ القرض؟

ب. (1) كم كان دَيْن كريم للبنك بعد 13 سنة من أخذ القرض؟

(2) بعد مرور 13 سنة من أخذ القرض، حصل كريم على 50,000 شيكل من صندوق الاستكمال.
هل يكفي هذا المبلغ من أجل تسديد ما تبقّى من دَيْن كريم للبنك؟ علّل.

بحسب المعطيات قلّص كريم كل سنة من القرض 14%
ولذلك كل سنة يبقى من القرض:

$$(100\%-14\%) = 84\% = \frac{84}{100} = 0.84$$

إذًا: $q = 0.84$

القرض: مبلغ 400,000 لذلك $M_0 = 400,000$

$$M_t = M_0 \cdot q^t = 400,000(0.84)^t$$

$$M_t = 400,000 \cdot (0.84)^t$$

$$M_2 = 400,000\,(0.84)^2 = 400,000 \cdot (0.7056)$$

$$\boxed{M_2 = 282240}$$

إذًا دين كريم بعد سنتين هو 282240

ب. 1. مبلغ القرض بعد 13 سنة هو M_{13}

$$M_{13} = 400000\,(0.86)^{13} = 400,000 \cdot (0.1407) = 56304.07$$

$$\boxed{\text{إذًا مبلغ القرض بعد 13 سنة هو } 56304.07}$$

ب. 2) بما أن المبلغ المتبقي من القرض بعد 13 سنة هو 56304,07
لذلك 50000 شيكل لن تكفي لتسديد ما تبقى من القرض.

1-700-70-66-22 www.1Qsmart.co.il

السؤال 4

4. معطى المربّع ABCD.

النقطة F تقع على الضلع DC (انظر الرسم).

معطى أنّ: FC = 5 سم

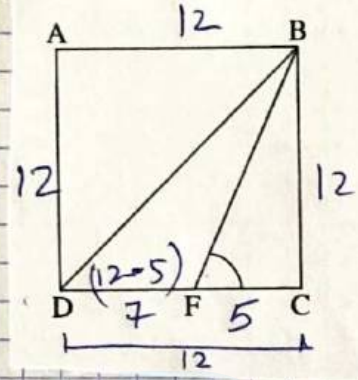
طول ضلع المربّع هو 12 سم.

أ. جد طول قطر المربّع.

ب. جد مقدار ∠BFC.

جـ. جد زوايا المثلّث BFD.

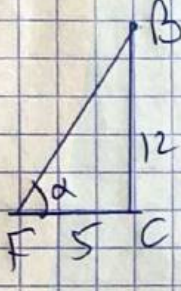
د. جد مساحة المثلّث BFD.



أ. بحسب فيثاغورس في ΔABD يتحقق

$BD^2 = AB^2 + AD^2 \Rightarrow BD^2 = 12^2 + 12^2 = 144 + 144$

$BD^2 = 288 \Rightarrow BD = \sqrt{288} = 16.97$

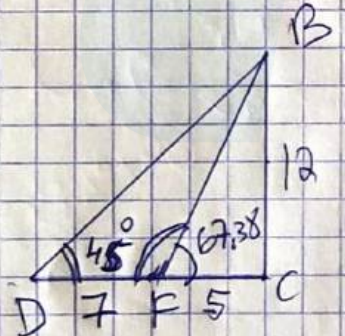


ب. في DBCF يتحقق:

$tg\alpha = \frac{12}{5} = 2.4$

$\boxed{\alpha = 67.38}$

$\boxed{\angle BFC = 67.38}$



$\angle BFD = 180 - 67.38$

$\boxed{\angle BFD = 112.2}$

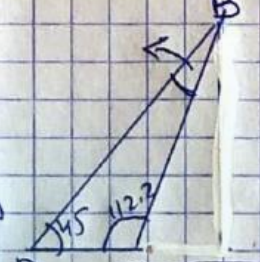
المثلث BCD متساوي الساقين

ولذلك $\angle D = 45°$

إذا في المثلث

$\angle DBF = 180 - 45 - 112.2$

$\boxed{\angle DBF = 22.38}$



إذا زوايا المثلث BFD هي:

$\boxed{112.2 // 45° // 22.38}$

د) ارتفاع المثلث BFD هو BC=12

إذا:

$DF = 12 - 5 = 7$

$S_{\Delta BFD} = \frac{DF \cdot BC}{2}$

$S_{\Delta BFD} = \frac{7 \cdot 12}{2} = 42$

$\boxed{42 = BFD \text{ مساحة المثلث}}$

1-700-70-66-22 www.iQsmart.co.il

حل سؤال 5

5. توجد في جرّة 8 كرات صفراء وَ 7 كرات سوداء وَ 5 كرات خضراء.

يُخرِجون بشكل عشوائيّ كرة واحدة، ويُعيدونها إلى الجرّة، ومرّة أخرى يُخرِجون بشكل عشوائيّ كرة واحدة.

أ. ما هو الاحتمال بأن يكونوا قد أخرجوا في المرّتَيْن كرة صفراء؟

ب. ما هو الاحتمال بأن يكونوا قد أخرجوا في المرّتَيْن كرتَيْن بنفس اللون؟

جـ. ما هو الاحتمال بأن يكونوا قد أخرجوا في البداية كرة خضراء وبعدها كرة سوداء؟

د. ما هو الاحتمال بأن تكون واحدة من الكرتَيْن اللتين أخرجوهما خضراء وواحدة سوداء؟

أ- عدد الكرات الكلي $5+7+8 = 20$ كرة

عدد الصفراء 8

$$P(\text{كرات صفراء}) = \frac{8}{20}\cdot\frac{8}{20} = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5} = \boxed{\frac{4}{25}}$$

$$\boxed{\text{إذًا احتمال إخراج كرات صفراء هو } \frac{16}{100}}$$

ب. كرات بنفس اللون: كرات صفراء أو كرات سوداء أو كرات خضراء

احتمال إخراج كرة سوداء هو $\frac{7}{20}$

$$P(\text{كرات سوداء}) = \frac{7}{20}\cdot\frac{7}{20} = \frac{49}{400}$$

احتمال إخراج كرة خضراء $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

$$P(\text{كرات خضراء}) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$$P(\text{كرات بنفس اللون}) = P(\text{كرات صفراء}) + P(\text{كرات سوداء}) + P(\text{كرات خضراء})$$

$$P(\text{كرات بنفس اللون}) = \frac{16}{100} + \frac{49}{400} + \frac{1}{16} = \frac{69}{200} = 0.345$$

$$\boxed{\text{احتمال إخراج كرات بنفس اللون هو } 0.345}$$

1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il

احتمال اخراج كرة صفراء هو $\frac{5}{20}$

احتمال اخراج كرة سوداء $\frac{7}{20}$

$$P(\text{كرة اولى صفراء، كرة ثانية سوداء}) = \frac{5}{20} \cdot \frac{7}{20} = \frac{35}{400} = 0.0875$$

اذ احتمال اخراج كرة اولى صفراء وكرة ثانية سوداء هو $\frac{35}{400}$

(3) الاحتمال أن تكون احدى الكرات سوداء والاخرى صفراء هو حاصل الاحتمال ان تكون الاولى صفراء والثانية سوداء زائد هذا الاحتمال حاصل لان تكون الاولى سوداء والثانية صفراء

$$P(\text{احدى الكرات صفراء والاخرى سوداء}) = 2 \cdot \frac{35}{400} = \frac{35}{200} = \boxed{\frac{7}{40}}$$

1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il

حل السؤال 6

6. في مدرسة فيها 800 طالب، قيست أطوال جميع الطلّاب.

وُجد انّ أطوال طلّاب المدرسة تتوزّع طبيعيًّا.

معدّل أطوال طلّاب المدرسة هو 160 سم.

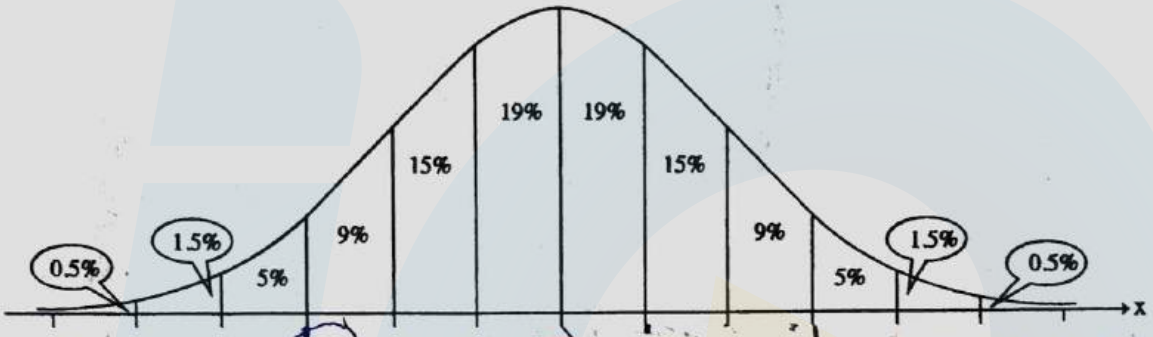
طول 7% من الطلّاب هو أقلّ من 154 سم.

أ. جد الانحراف المعياريّ لطول الطلّاب في المدرسة.

ب. ما هي النسبة المئويّة لطلّاب المدرسة الذين طولهم بين 164 سم وَ 170 سم؟

جـ. حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ، كم طالبًا طوله بين 164 سم وَ 170 سم يوجد في المدرسة؟

أمامك الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ من لائحة القوانين. استعِن به في حساباتك.



148 150 152 154 156 158 $\bar{x}$ 160 162 164 166 168 170 172

9% 5% 1.5%

أ. بحسب المعطيات معدل طول الطلاب 168 ← نعينه على الرسم

كذلك معطى ان 7% من الطلاب طولهم أقل من 154 سم

نعين 154 على الرسم بحيث 7% أبعد منه

بين 154 و 160 على الرسم هنالك 3 انتقالات

وكل انتقال عبارة عن $\frac{1}{2}$ انحراف معياري وبالتالي

ليتحقق: $3\cdot(\frac{1}{2}S)=160-154$ ← $1.5S=6$

$S=\frac{6}{1.5}=4$ ⟹ الانحراف المعياري = 4

ب. الانحراف المعياري 4 وبالتالي $\frac{1}{2}$ الانحراف المعياري 2

إذا نُقد خطوط وذلك يليه يتبين أن بخطوة 2 , بتعداد

كل الأطوال على الرسم 166 تبين وبالتالي نسبة الطلاب

الذين طولهم يتراوح بين 166 و 170 هي $1.5\%+5\%+9\%$

16.5%

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

ج/ نسبة الطلاب الذين طولهم بين 164 و 170 هي 15.5٪
عدد طلاب المدرسة هو 800
وذلك عدد الطلاب الذين طولهم يتراوح بين 164 و 170
هو:

$$\frac{15.5}{100} \cdot 800 = 15.5\% \cdot 800$$

$$= 15.5 \cdot 8 = 124$$

أي أن يوجد بالمدرسة 124 طالبًا طولهم يتراوح
بين 164 و 170 ←

1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il