حل نموذج بجروت

582 (807)

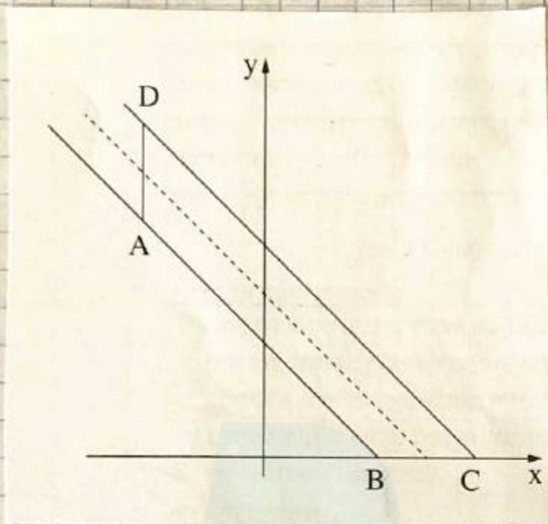
موعد شتاء 2021

طاقم الرياضيات

معهد IQ

حل سؤال 1

أ) لحسب المعطيات:



$ABCD$ هو شبه منحرف

AB و DC قاعدتي شبه المنحرف

والبعد بينهم هو $\sqrt{2}$ اي ان ارتفاع شبه المنحرف هو $\sqrt{2}$.

القاعدة الوسطى - المستقيم المتقطع.

معادلتها $x+y-4=0$.

القاعدة الوسطى في شبه المنحرف تبعد ابعادًا متساويه عن قاعدتي شبه المنحرف وبالتالي بعدها عن كل واحدة من القاعدتين هو $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

بما ان القاعدة الوسطى توازي القاعدتين لذلك معادلة القاعدتين من الصورة

$$x+y+c_1=0$$
$$x+y+c_2=0$$

بعد القاعدة الوسطى عن إحدى القاعدتين هو:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{|-4-c_1|}{\sqrt{1^2+1^2}} \Longrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{|-4-c_1|}{\sqrt{2}}$$

$$\Longrightarrow \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2}=|-4-c_1| \Longrightarrow 1=|-4-c_1|$$

نحل المعادلة بالقيمة المطلقة الناتجة نحصل على:

$$c_1=-3 \qquad c_2=-5$$

وبالتالي معادلة القاعدتين:

$x+y-3=0 \Longrightarrow$ هذه القاعدة هي AB (تقطع y في 3)

$x+y-5=0 \Longrightarrow$ هذه القاعدة هي AC (تقطع y في 5)

ب. بحسب المعطيات تم بناء قطعاً مكافئاً يحقق:

* النقاط A, D (رؤوس شبه المنحرف) تقع على دليل القطع المكافئ
* بؤرة القطع المكافئ تقع على الرأس B أو C

بحسب معادلات القاعدتين:

إحداثيات $B(3,0) \Leftarrow AB: x+y-3=0$

إحداثيات $C: (5,0) \Leftarrow DC: x+y-5=0$

اذا كانت البؤرة في النقطة $B(3,0)$ عندها يتحقق:-

$\frac{p}{2}=3 \rightarrow \boxed{p=6}$ ومعادلة القطع المكافئ $\boxed{y^2=12x}$

ومعادلة الدليل (المحور) $x=-3$

واذا كانت البؤرة في النقطة C عندها احداثيات البؤرة

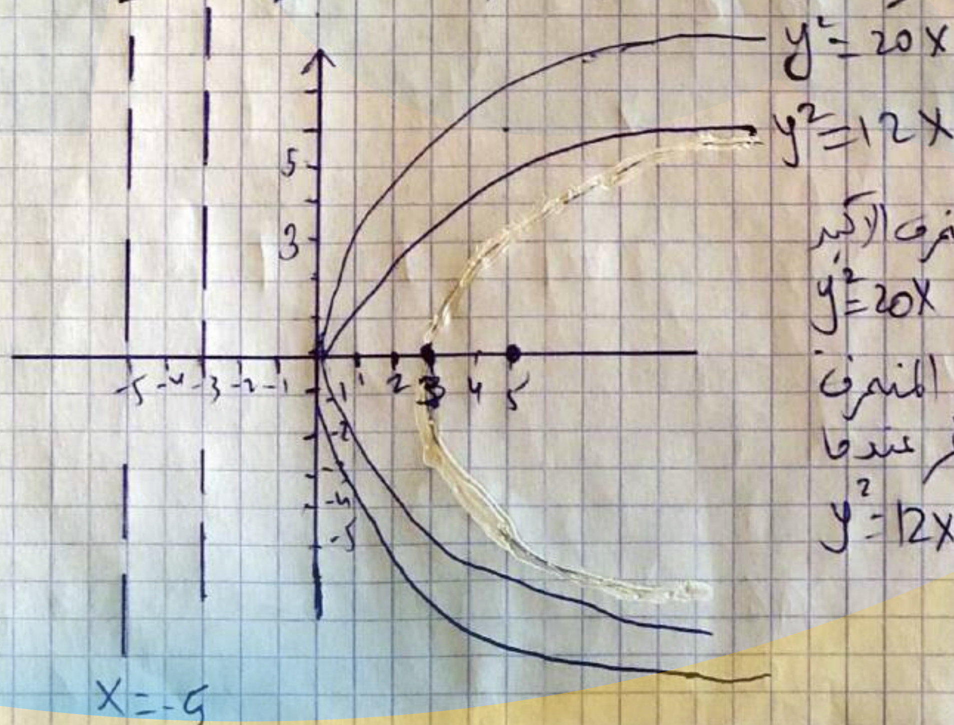
هي $\frac{p}{2}=5 \rightarrow p=10$ $\boxed{C: (5,0)}$ وبالتالي معادلة القطع

المكافئ هي $\boxed{y^2=20x}$ ومعادلة الدليل $x=-5$

بما أن البعد بين القاعدتين ثابت لذلك مساحة شبه المنحرف

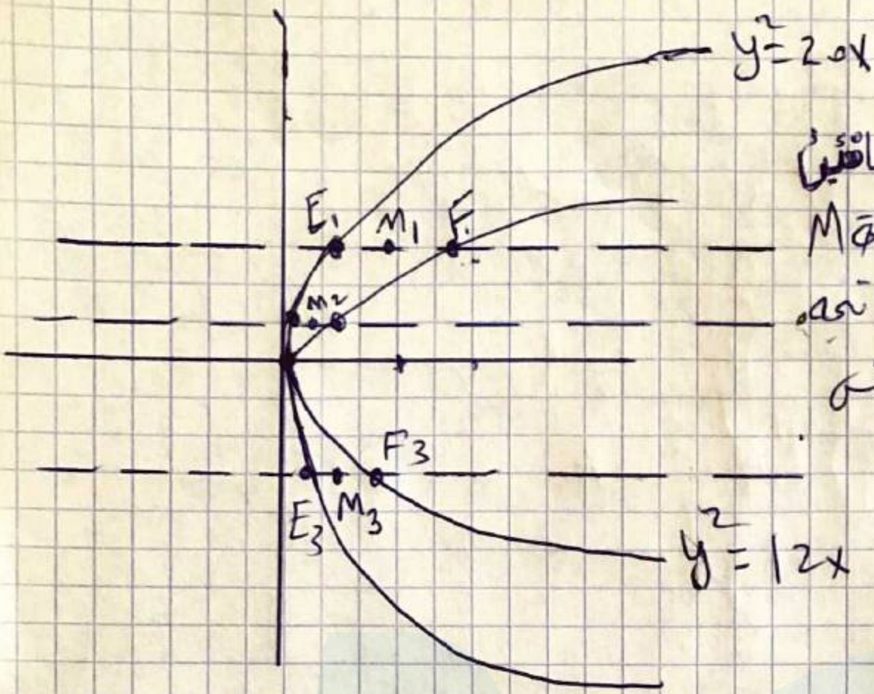
تكون أكبر في حال كان DC أكبر ومن بين الامكانيتين

للبؤرتين فإن DC يكون أكبر عندما يكون الدليل $x=-5$



① شبه المنحرف الأكبر عندما $y^2=20x$

② شبه المنحرف الأصغر عندما $y^2=12x$



كل مستقيم يوازي المحور x سيقطع القطعين المكافئين في نقطتين E و F والنقطة M هي منتصف القطع EF الناتجة. للنقطتين E و F يوجد نفس الإحداثي y وبشكل عام يمكن التعبير عن E و F كالتالي

$$E\left(\frac{t^2}{20}, t\right)$$

$$F\left(\frac{t^2}{12}, t\right)$$

النقطة M هي منتصف EF وبالتالي هي من الصورة:

$$M(x_m, t)$$

نعبر عن x_m بدلالة t ونجد المعادلة:

$$x_m = \frac{x_E + x_F}{2} \Rightarrow x_m = \frac{\frac{t^2}{20} + \frac{t^2}{12}}{2}$$

$$\Rightarrow x_m = \frac{1}{2}\left(\frac{t^2}{20} + \frac{t^2}{12}\right) = 2x_m = \frac{t^2}{20} + \frac{t^2}{12}$$

$$\Rightarrow 120x_m = 3t^2 + 5t^2 \Rightarrow 120x_m = 8t^2$$

$$\Rightarrow 15x_m = t^2 \Rightarrow \sqrt{15x_m} = t$$

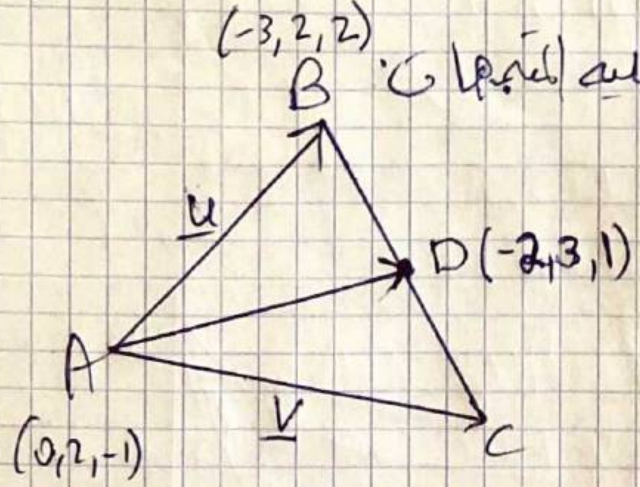
اذاً: وصلنا على $\sqrt{15x_m} = t$ و $y_m = t$

وبالتالي يتحقق $y_m = \sqrt{15x_m} \xRightarrow{(\ )^2} y_m^2 = 15x_m$

اذاً معادلة المحل الهندسي هو $\boxed{y^2 = 15x}$

حل سؤال 2

نرسم المثلث الملائم ونعوض عليه المعطيات:



$$\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v}$$

$$\overrightarrow{AB} = (-3-0,\ 2-2,\ 2-(-1))$$

$$\boxed{\overrightarrow{AB} = (-3,0,3)}$$

$$\overrightarrow{AD} = (-2-0,\ 3-2,\ 1-(-1))$$

$$\overrightarrow{AD} = (-2,1,2)$$

حسب المعطيات:

$$\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v}$$

نفرض أن $\underline{v} = (v_1, v_2, v_3)$

$$\overrightarrow{AD} = (-2,1,2) = \frac{2}{3}(-3,0,3) + \frac{1}{3}(v_1,v_2,v_3)$$

نضرب بـ 3:

$$(-6,3,6) = 2(-3,0,3) + (v_1,v_2,v_3)$$

$$(-6,3,6) = (-6,0,6) + (v_1,v_2,v_3)$$

$$\Rightarrow (-6,3,6) - (-6,0,6) = (v_1,v_2,v_3)$$

$$\Rightarrow (-6-(-6),\ 3-0,\ 6-6) = (v_1,v_2,v_3)$$

$$\Rightarrow (0,3,0) = (v_1,v_2,v_3)$$

$$\overrightarrow{AC} = v = (0,3,0) = C - A = (c_1-0,\ c_2-2,\ c_3+1)$$

$$(0,3,0) = (c_1,\ (c_2-2),\ c_3+1)$$

$$\Rightarrow c_1 = 0,\quad c_2 = 5 \quad c_3 = -1 \Rightarrow C:(0,5,-1)$$

نبرهن أن المثلث ABC قائم

نبرهن أن $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=0 \leftarrow \underline{u}\cdot\underline{v}=0$

$$u\cdot v=(-3,0,3)(0,3,0)=0+0+0=0$$

إذاً $\vec{AC}\perp\vec{AB}$ والمثلث ABC قائم الزاوية.

(2.P) معادلة المستوى ABC من الصورة $ax+by+cz+d=0$

بحيث المتجه (a,b,c) عمودياً على المستوى

إذاً (a,b,c) يعامد $\underline{u}$ ويعامد $\underline{v}$ أيضاً

وبالتالي يتحقق:

$$\begin{cases}(-3,0,3)\cdot(a,b,c)=0\\(0,3,0)\cdot(a,b,c)=0\end{cases}$$

$$\to -3a+3c=0 \Rightarrow c=a$$

$$\to 3b=0 \Rightarrow b=0$$

إذاً $(a,b,c)=(a,0,a)$

نعوض $a=1$ نحصل على $(a,b,c)=(1,0,1)$

إذاً المعادلة من الصورة

$$x+0y+z+d=0$$

$$x+z+d=0$$

النقطة $A(0,2,-1)$ تقع على المستوى

ولذلك تحقق معادلته:

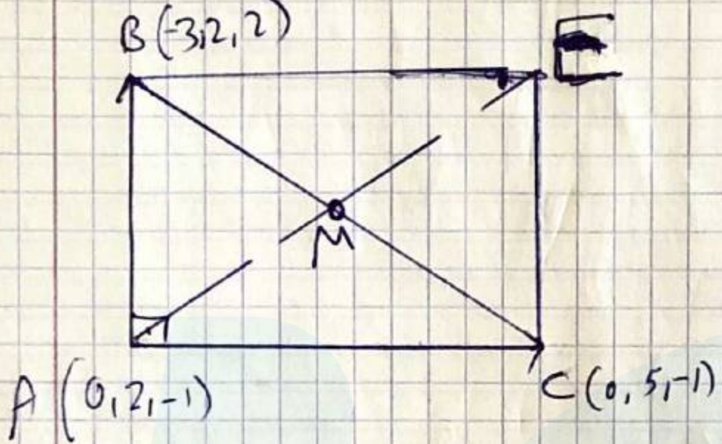
$$0+(-1)+d=0 \to \boxed{d=1}$$

ومعادلة المستوى هي $\boxed{x+z+1=0}$

ج) النقطة E تقع على المستوى ABC بحيث $ABEC$ هو مستطيل

1

M هي نقطة التقاء القطرين , S هي نقطة بحيث MS يعامد المستوى $ABEC$.



نجد احداثيات M

M هي منتصف BC
ولذلك احداثياتها هي

$$M\left(\frac{-3+0}{2}, \frac{2+5}{2}, \frac{2-1}{2}\right)$$

$$M(-1.5, 3.5, 0.5)$$

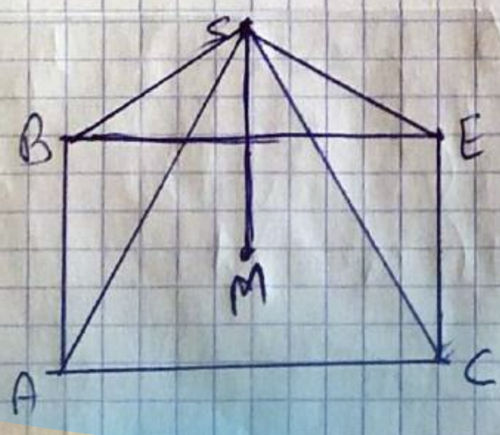
MS عموديا على المستوى ABC :

$$l : MS = (-1.5, 3.5, 0.5) + t\cdot(1,0,1)$$

التفسير: في البند السابق وجدنا ان معادلة المستوى هي

$$x+z+1=0$$

وهذا معناه ان المتجه $(1,0,1)$ معامد للمستوى
وبما ان MS معامد للمستوى لذلك المتجه الاتجاهي (اتجاه ← دال) الذي يقع عليه كل مستقيم يعامد المستوى هو $(1,0,1)$ او موازٍ له ولذلك هو نفس المتجه الاتجاهي للمستقيم الذي يقع عليه MS. والذي نقطة انطلاقه هي M.



بما أن SM عمودي على $ABEC$
اذاً M ملتقى الأقطار هي مركز الدائرة المحيطة بالمستطيل
وبهذه الحالة تكون الهرم قائم
والاحرف الجانبية متساوية

$$SB = SE = SA = SC$$

ب2) بما أن معادلة او التمثيل البارامتري للمستقيم MS هو

$$MS = \underline{x} = (-1.5, 3.5, 0.5) + t(1,0,1)$$

لذلك لأي t نختاره نحصل على نقطة تقع على MS

نختار $t=2$ نحصل على

$$S = (-1.5, 3.5, 0.5) + 2(1,0,1)$$

$$S = (-1.5+2, 3.5+0, 0.5+2) = (0.5, 3.5, 2.5)$$

$$\boxed{S = (0.5, 3.5, 2.5)}$$

ب3)

$$\cos \measuredangle SAB = \frac{\vec{AS} \cdot \vec{AB}}{|\vec{AS}| \cdot |\vec{AB}|}$$

$$\vec{AS} = (0.5-0, 3.5-2, 2.5-(-1)) = (0.5, 1.5, 3.5)$$

$$\vec{AS} \cdot \vec{AB} = (0.5, 1.5, 3.5)(-3, 0, 3) = -1.5 + 10.5 = 9$$

$$|\vec{AS}| = \sqrt{(0.5)^2 + (1.5)^2 + (3.5)^2} = \sqrt{0.25 + 2.25 + 12.5}$$

$$|\vec{AS}| = \sqrt{15}$$

$$\vec{AB} = \sqrt{(-3)^2 + (3^2)} = \sqrt{18}$$

$$\cos \measuredangle SAB = \frac{9}{\sqrt{15} \cdot \sqrt{18}} = \frac{9}{16.431}$$

$$\measuredangle SAB = 56.789$$

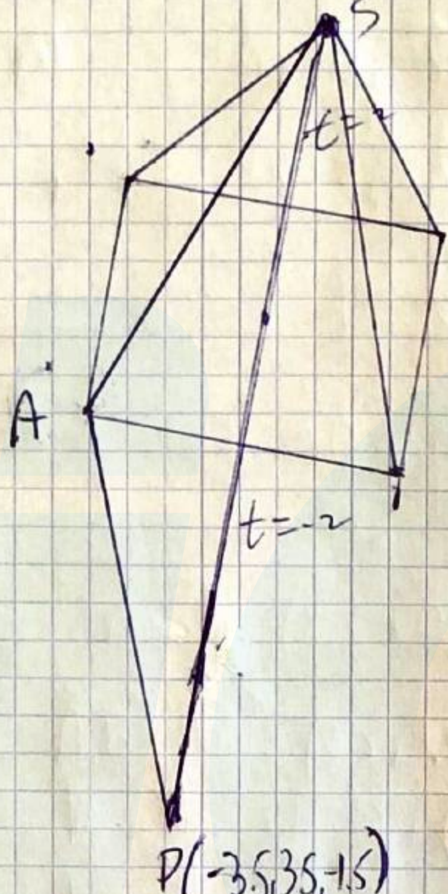
3.ب النقطة الاضافية ستقع على امتداد MS ولكن
بالاتجاه العكسي لـ كم اي عندما يكون $t=-2$
وعندها سيكون المثلث SAP متساوي الساقين
فيه $AS=AP$

بهذه الحالة

$P=(-1.5,3.5,0.5)+(-2)(1,0,1)$

$P=(-1.5-2,\ 3.5-0,\ 0.5-2)$

$P=(-3.5,\ 3.5,\ -1.5)$



حل سؤال 3

(أ)

$$z=\frac{1}{64}\cdot(i)^{-1} \leftarrow z=\frac{1}{64i} \leftarrow iz^6=\frac{1}{64}$$

$$z=\frac{1}{64}\operatorname{cis}270$$

$$z_k=\sqrt[6]{\frac{1}{64}}\cdot\operatorname{cis}\left(\frac{270}{6}+\frac{360k}{6}\right)=\sqrt[6]{\frac{1}{64}}\cdot\operatorname{cis}(45+60k)$$

$$z_k=\frac{1}{2}\operatorname{cis}(45+60k)$$

$k=0$	$z_0=\frac{1}{2}\operatorname{cis}45$	$k=3$	$z_3=\frac{1}{2}\operatorname{cis}225$
$k=1$	$z_1=\frac{1}{2}\operatorname{cis}105$	$k=4$	$z_4=\frac{1}{2}\operatorname{cis}285$
$k=2$	$z_2=\frac{1}{2}\operatorname{cis}165$	$k=5$	$z_5=\frac{1}{2}\operatorname{cis}345$

(ب) نبرهن ان الحلول الستة عبارة عن 3 أزواج من الحلول التي الزاوية بينها 180°

$$z_3=\frac{1}{2}\operatorname{cis}225=\underbrace{\frac{1}{2}\operatorname{cis}(45}_{z_0}+180^\circ)$$

وبالتالي z_0 و z_3 على استقامة واحدة وبما أن $\frac{1}{2}\operatorname{cis}45^\circ$ عبارة عن متجه ينطلق من $(0,0)$ لذلك امتداده $\frac{1}{2}\operatorname{cis}225$ يمر بنقطة الأصل

وكذلك الأمر بالنسبة z_1 و z_4

$$z_4=\frac{1}{2}\operatorname{cis}285=\frac{1}{2}\underbrace{\operatorname{cis}105}_{z_1}+180$$

وبنفس الأسلوب z_2 و z_5

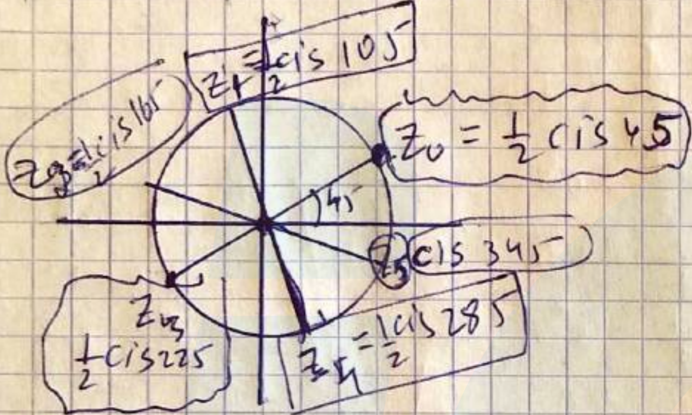
$$z_5=\frac{1}{2}\operatorname{cis}345=\underbrace{\frac{1}{2}\operatorname{cis}165}_{z_2}+180$$

مجموع الحلول هو (10)

$$wz_0 + wz_1 + wz_2 + wz_3 + wz_4 + wz_5$$
$$= w(z_0 + z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5)$$

بحسب نتيجة البند (ب) نستنتج ان الحلول $z_0 - z_5$ عبارة عن 3 ازواج من الحلول الموجودة على استقامة واحدة وعلى محيط نفس الدائرة وبالتالي كل زوج حلول الموجود على نفس المستقيم عبارة عن عدد ومضاده وبالتالي مجموعهم 0 وعندها يتحقق:

$$w \cdot 0 = 0$$



د. $w = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i$

$$|w| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$tg\theta = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30$$

ولذلك العدد المركب w بالصورة القطبية هو $1cis30$

التفسير

$$w \cdot z_0 = 1cis30 \cdot \frac{1}{2} cis 45 = \boxed{\frac{1}{2} cis 75}$$
$$w \cdot z_1 = 1cis30 \cdot \frac{1}{2} cis 105 = \boxed{\frac{1}{2} cis 135}$$

عندما نضرب كل واحد من الحلول ب w فان الحلول

⋮

$$w \cdot z_5 = 1 \cdot cis30 \cdot \frac{1}{2} cis 345 = \frac{1}{2} cis 375 = \boxed{\frac{1}{2} cis 15}$$

الجديدة عبارة عن حلول التي لها نفس القيمة المطلقة وهي $\frac{1}{2}$ والزاوية بين كل حل والذي يليه (z_0 و $z_0 w$) هي $30°$.

أصغر زاوية هي $\boxed{\frac{1}{2} cis 15}$ اي $\boxed{15°}$ وبالتالي المعادلة هي:

$$z^{12} = \left(\frac{1}{2}\right)^{12} \cdot cis 15 \cdot 12 \rightarrow z^{12} = \frac{1}{4096} \cdot \underbrace{cis 180}_{-1} \Rightarrow \boxed{z^{12} = \frac{-1}{4096}}$$

سؤال 4

$$f(x)\ \frac{-4}{e^{2x}-4e^{x}+3}$$

(1.P) مجال تعريف الدالة هو كل x بحيث $e^{2x}-4e^{x}+3\neq 0$

نفرض $e^{x}=m$ نحصل على المعادلة التربيعية:

$$m^2-4m+3\neq 0$$

نحلها نحصل على:

$$m_1\neq 3 \qquad m_2\neq 1$$

$$e^{x}\neq 3 \longrightarrow e^{x}\neq 1$$

$$\boxed{x\neq \ln 3} \qquad \boxed{x\neq 0}$$

(2.P) خطوط التقارب

بما ان البسط لا يساوي صفر

لذلك خطوط التقارب العمودية هي:

$$\boxed{x=\ln 3} \qquad \boxed{x=0}$$

خطوط تقارب افقية

$$x\rightarrow\infty \longrightarrow e^{2x}-4e^{x}+3\longrightarrow\infty$$

وبالتالي

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\frac{-4}{\infty}\longrightarrow 0$$

$$x\rightarrow -\infty \longrightarrow \underset{0}{e^{2x}}-\underset{0}{4e^{x}}+3\longrightarrow 3$$

وبالتالي:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)\longrightarrow \frac{-4}{3}$$

اذاً: خطوط التقارب الأفقية

$$\boxed{\begin{matrix}x\rightarrow+\infty\\ y=0\end{matrix}} \qquad \boxed{\begin{matrix}x\rightarrow-\infty\\ y=\frac{-4}{3}\end{matrix}}$$

$$f'(x)=\frac{0-(-4)(e^{2x}\cdot(2)-4e^{x})}{(e^{2x}-4e^{x}+3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{8(e^{2x}-2e^{x})}{(e^{2x}-4e^{x}+3)^2}=0$$

$$8(e^{2x}-2e^{x})=0$$

$$e^{2x}-2e^{x}=0 \xrightarrow{:(e^x)} e^{x}-2=0$$

$$\rightarrow e^{x}=2 \quad x=\ln 2 \longrightarrow \boxed{x=\ln 2}$$

نعين النقطة بواسطة جدول

x	$x<0$ -1	0	$0<x<\ln 2$ 0.5	$\ln 2$	1	$\ln 3$	2
$f'(x)$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$f(x)$	↘	?	↘	0	↗		↗
	$x<-1$		$0<x<\ln 2$	min	$\ln 2<x<\ln 3$		$x>\ln 3$
	تنازلي		تنازلي		تصاعدي		

$f'(-1)<0$ $\qquad f'(1)>0$

$f'(0.5)<0$ $\qquad f'(2)>0$

$\boxed{\min(\ln 2, 4)}$

$$f(\ln 2)=\frac{-4}{e^{2\ln 2}-4e^{\ln 2}+3}=\frac{-4}{4-8+3}=4$$

(4) مجالات تصاعدية:

$\ln 2<x<\ln 3$

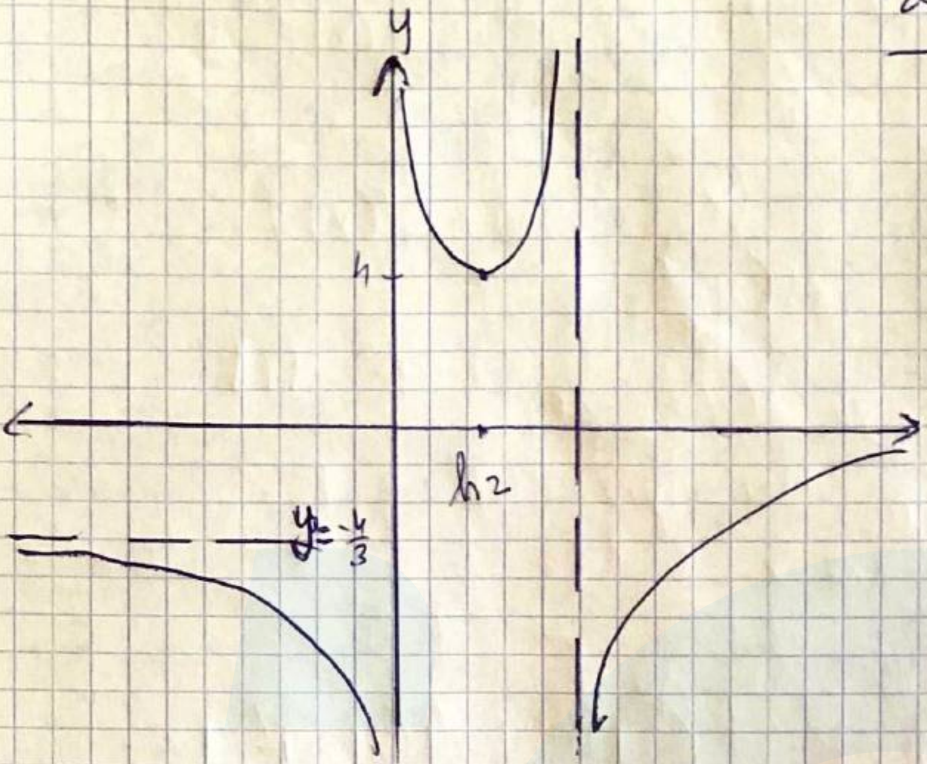
$x>\ln 3$

مجالات تنازلية

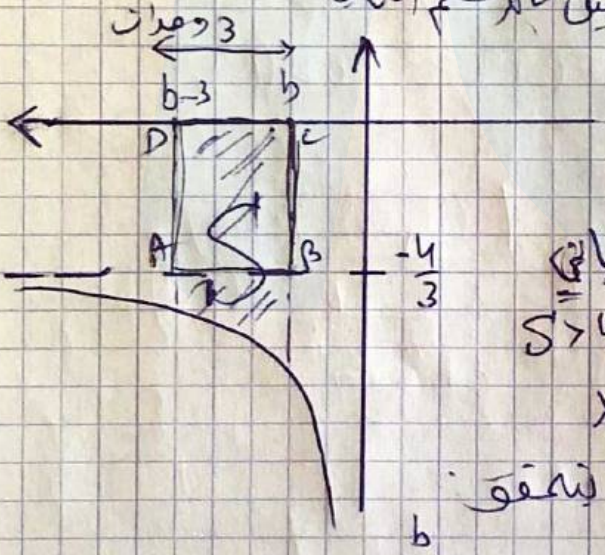
$x<0$

$\ln 2<x<\ln 3$

الرسم البياني للدالة:



ب. في المجال $x<0$ الرسم البياني للدالة يقع تحت المستقيم $y=-\frac{4}{3}$
ولذلك لكل $b<0$ المساحة المحصورة بين الرسم البياني
والدالة عبارة عن الجزء المخطط المبين بالرسم الثاني



مساحة المستطيل هي
$$(b-(b-3))\cdot\left(\frac{4}{3}\right)=3\cdot\frac{4}{3}=4$$
والمساحة المحصورة بين الرسم البياني
والمحور x هي أكبر من 4 أي $S>4$
وبما أن الدالة تقع تحت المحور x
لذلك التكامل المحدد سالب، أي يتحقق:
$$\int_{b-3}^{b} f(x)\,dx=-S$$
وبما أن $S>4 \Rightarrow -S<-4$
نضرب بـ -1 ونقلب الإشارة
وبالتالي يتحقق $\int_{b-3}^{b} f(x)\,dx<-4$ ✓ المطلوب

$g(x) = \frac{k}{f(x)}$

بما انه للدالة $g(x)$ يوجد نقطة نهاية صغرى

إذاً :-

$g'(x) = k\cdot\frac{(-1)}{f^2(x)}\cdot f'$

$g'(x) = \frac{-k\cdot f'}{f^2(x)} = 0 \longrightarrow -k\cdot f'(x) = 0$

$k \neq 0$ لذلك $f'(x)=0$

اي حصلنا على ان النقط القصوى الصغرى للدالة $g(x)$

هي النقط التي تحقق ان $f'(x)=0$ اي نفس الاحداثي x

للنقط القصوى الصغرى للدالة f .

وبالتالي اشارات g' و f' قبل وبعد النقط القصوى

نفسها. وبالتالي $g' = \frac{-k\cdot f'}{\underbrace{f^2}_{\text{موجب دائماً}}}$

وبالتالي $\underbrace{g'}_{\text{اشارة}} = \overbrace{-k\cdot f'}^{\text{اشارة}}$

ولكي يتحقق ذلك يجب ان يكون $-k>0$ وعندها

نحصل على $g' = \underbrace{-k}_{\text{موجب}}\cdot f'$

نفس الاشارة

اذاً: $-k>0 \Longrightarrow \boxed{k<0}$

توجه آخر:

بما ان للدالتين نفس نوع النقط القصوى min

لذلك $g''(x)$ في النقط القصوى يجب ان تكون موجبة

$g''(x) = \underbrace{-k\cdot f''}_{\text{مشتقة البسط}}$ اشارة المشتقة الثانية تتعلق ب: اشارة مشتقة البسط

وبالتالي بما انه في النقط القصوى $x=\ln 2$. اشارة f'' سالبة

لذلك g'' سالبة ايضا وبالتالي يجب ان يتحقق $-k>0 \Longrightarrow \boxed{k<0}$

حل سؤال 5

$$f(x)=\frac{1}{(\ln(x))^3-1}+1$$

أ. (1) مجال تعريف الدالة هو كل x بحيث: $x>0$ وايضاً -

$$(\ln(x))^3-1\neq 0 \Rightarrow (\ln x)^3\neq 1$$

$$\Rightarrow \ln x\neq \sqrt[3]{1}\neq 1 \Rightarrow \boxed{x\neq e}$$

اذاً مجال تعريف الدالة $\boxed{x>0 \text{ وايضاً } x\neq e}$

أ. (2) خط تقارب أفقي: -

$$x\to +\infty \to \frac{1}{\underbrace{(\ln x)^3-1}_{\infty}}+1=\frac{1}{\infty}+1=0+1=1$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=1$$

خط تقارب عمودي

بما أنه البسط لا يساوي صفر عندما $x=e$ لذلك: $\boxed{x=e}$ خط تقارب

نفحص تصرف الدالة بجوار طرف مجال التعريف $x=0^+$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)\to \frac{1}{\ln^3 0-1}+1=\frac{1}{-\infty}+1=1$$

ولذلك $(0,1)$ ثقب وليست خط تقارب.

(3)

$$f'(x)=\frac{0-1\cdot\left(\frac{1}{x}\cdot 3\ln^2 x-0\right)}{(\ln^3 x-1)^2}=0$$

$$\frac{-3\ln^2 x}{x}=0 \to -3\ln^2 x=0 \to \boxed{x=e^0=1}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{-3\ln^2 x}{x}}{(\ln^3 x - 1)^2} = \frac{-3\ln^2 x}{x(\ln^3 x - 1)^2}$$

مجال تعريف الدالة هو $x>0$, $x\neq e$

مقام f' دائماً موجب والبسط عبارة عن حاصل ضرب

عدد سالب (-3) بعدد موجب $\ln^2 x$ وبالتالي البسط سالب

ولذلك تكون $x\neq 1$ $f'(x)$ عبارة عن حاصل قسمة $\frac{-}{+} \rightarrow -$

ولذلك تنازلية في كل مجال تعريفها:

تنازلية $x>e$ أو $0<x<e$

تصاعدية $\emptyset$

4.P تقاطع مع المحاور

مع y لا يوجد $(0,1)$ ثقب

مع x $\leftarrow$ $y=0$

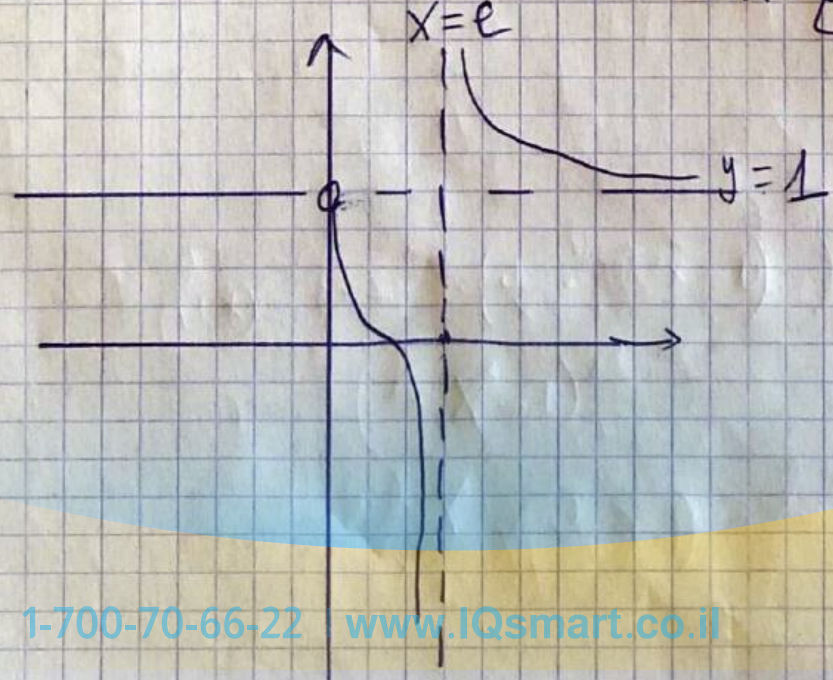
$$0 = \frac{1}{\ln^3 x - 1} + 1$$

$$\rightarrow -1 = \frac{1}{\ln^3 x - 1} \longrightarrow 1 - \ln^3 x = 1$$

$$\rightarrow \ln^3 x = 0 \longrightarrow x = e^0 \longrightarrow \boxed{x=1}$$

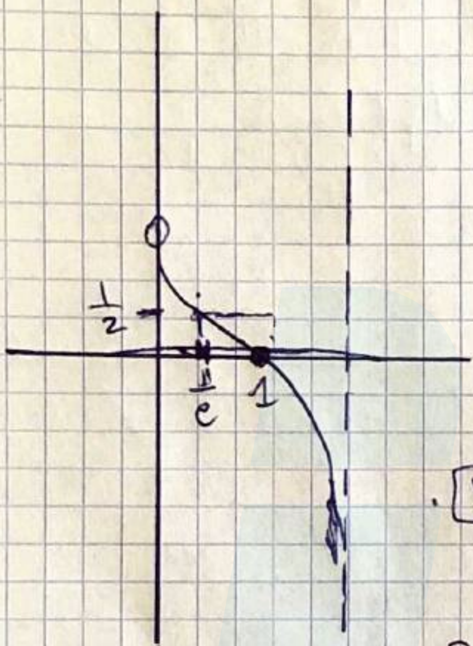
$(1,0)$ تقاطع مع x.

5.P



ب. المستقيم $y=k$ لا يقطع الرسم البياني، وهذا ممكن فقط في حال $y=k$ هو خط التقارب الأفقي أي $\boxed{y=1}$ ⟵ $\boxed{K=1}$

ج. $T(x)=\int_{e^{-1}}^{x} f(t)\,dt$ $\quad e^{-1}\le x\le e$



(*) في المجال $\frac{1}{e}<x<1$ الرسم البياني للدالة $f(x)$ موجود فوق المحور X ولذلك التكامل المطلوب موجب بهذا المجال، وبعد $x=1$ يصبح سالب ولذلك أكبر قيمة له ستكون في $\boxed{x=1}$.

جد $f(\frac{1}{e})=?$

$$f(\tfrac{1}{e})=\frac{1}{\ln^3(\frac{1}{e})-1}+1$$

$$f(\tfrac{1}{e})=\frac{1}{2}$$

وبالتالي المستطيل المبين مساحته $\frac{1}{2}(1-e^{-1})$ ⟵ 0.316

أي أصغر من 1 والتكامل المطلوب هو أصغر من مساحة المستطيل ولذلك

$$T(x)=\int_{e^{-1}}^{x} f(t)\,dt<1$$