حل نموذج بجروت

(802) 381

موعد شتاء 2021

طاقم الرياضيات

معهد IQ

الأسئلة

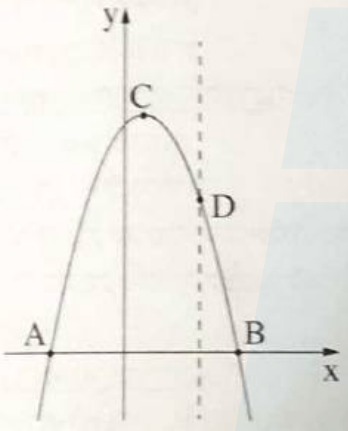
في هذا النموذج ستّة أسئلة. لإجابة كاملة عن سؤال تحصل على 30 درجة. يُسمح لك الإجابة بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاء، لكن مجموع الدرجات التي تستطيع تجميعها في هذا النموذج لن يزيد عن 100.

اكتب جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.

عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الجبر



1. معطى القطع المكافئ $y = -x^2 + x + 6$.

القطع المكافئ يقطع المحور x في النقطتين A وَ B،

كما هو موصوف في الرسم الذي أمامك (A عن يسار B).

أ. جد إحداثيّات النقطتين A وَ B.

ب. جد إحداثيّات رأس القطع المكافئ، النقطة C.

المستقيم $x = 2$ يقطع القطع المكافئ في النقطة D،

كما هو موصوف في الرسم.

جـ. جد إحداثيّات النقطة D.

د. جد مساحة المثلّث ABD.

؟. النقاط A, B هي نقاط تقاطع القطع المكافئ مع المحور X

اي نعوض $y=0$ ونحصل على:

$0 = -x^2 + x + 6$

$a=-1 \quad b=1 \quad c=6$ نحل المعادلة حسب الدستور:

$$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-1 \mp \sqrt{(1)^2-4\cdot(-1)\cdot 6}}{2(-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \mp \sqrt{1+24}}{-2} = \frac{-1 \mp \sqrt{25}}{-2} = \frac{-1 \mp 5}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-1+5}{-2} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-1-5}{-2} = \frac{-6}{-2} = +3$$

$x_1 = -2$ $\quad$ $x_2 = 3$

$A(-2,0)$ $\quad$ $B(3,0)$

/يتبع في صفحة 5

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

ب. إحداثيات رأس القطع المكافئ:

الإحداثي x نحسبه حسب القانون:

$$X=\frac{-b}{2a}=\frac{-1}{2(-1)}=\frac{-1}{-2}=+\frac{1}{2}$$

إذًا الإحداثي x للقطع المكافئ هو $X=+\frac{1}{2}$

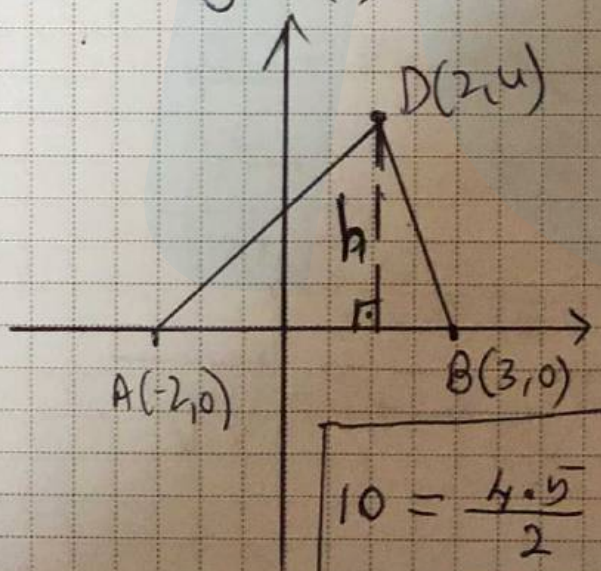
نعوض ونجد y:

$$y=-\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}+6$$

$$y=-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+6=+6\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{C:\left(+\frac{1}{2},6\frac{1}{4}\right)}$$

ج. نعوض $X=2$ في معادلة القطع المكافئ ونجد y

$$y=-(2)^2+2+6=-4+8=4 \Rightarrow \boxed{D(2,4)}$$



د. مساحة المثلث $ABD=\frac{h\cdot AB}{2}$

$\boxed{h=4}$

$AB=3-(-2)=5$

إذا مساحة المثلث ABD هي: $\frac{4\cdot 5}{2}=10$

يتبع في صفحة 6/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

2. عرضوا في بنك معيّن للزبائن إيداع أموالهم في برنامج توفير سنويّ. النسبة المئويّة للربح في السنة في هذا البرنامج هي ثابتة.

في تاريخ 1/1/2010 أَوْدَعَ السيّد درويش 250,000 شيكل في برنامج التوفير.

في تاريخ 1/1/2020 كان في برنامج التوفير الخاصّ بالسيّد درويش مبلغ قدره 370,061 شيكلاً.

معلوم أنّه بين هذين التاريخَيْن لم يسحب السيّد درويش أموالاً من برنامج التوفير، كما ولم يودع أموالاً في هذا البرنامج.

أ. (1) بِكَم ضعفًا ازداد المبلغ الماليّ في برنامج التوفير في كلّ سنة؟

(2) ما هي النسبة المئويّة للربح في السنة في برنامج التوفير؟

ب. ما هو المبلغ الماليّ الذي كان في برنامج التوفير الخاصّ بالسيّد درويش في تاريخ 1/1/2015؟

(1.P) بحسب المعطيات المبلغ الأوّلي هو $M_0 = 250,000$ (1/1/2010)

في سنة 1/1/2000 أي بعد 10 مستويات المبلغ

هو 370,061 أي $M_{10} = 370,061$

بحسب قانون التزايد $M_x = M_0 \cdot q^x$

يتحقق: $M_{10} = M_0 \cdot q^{10} \longrightarrow$

$370,061 = 250000 \cdot q^{10} \rightarrow \frac{370061}{250,000} = q^{10}$

$\rightarrow 1.480224 = q^{10} \longrightarrow \sqrt[10]{1.480244} = \sqrt[10]{q^{10}}$

$\rightarrow \boxed{1.04 = q}$

أي أن كل سنة تضاعفت المبلغ بـ 1.04 مرة.

/يتبع في صفحة 7

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

(ב.2) النسبة المئوية للربح P هي:

بحسب العلاقة بين q و P يتحقق:

$$q = 1+P \longrightarrow 1.04 = 1+P \longrightarrow 1.04-1 = P \rightarrow \boxed{0.04 = P}$$

والنسبة المئوية هي:

لكي نحول من عدد لنسبة مئوية نضرب بـ 100 ونفصل

$$P = 100\% \cdot (0.04) = 4\%$$

أي أن المبلغ يرتفع سنويًا بنسبة 4%.

ب. في تاريخ 1.1.2015 (المبلغ بعد x سنوات) هو M_5

$$M_5 = M_0 \cdot q^x \longrightarrow M_5 = 25000 \cdot (1.04)^5$$

$$\boxed{M_5 = 30416 3.23}$$

المبلغ في تاريخ 1.1.2015 هو

$$\boxed{M_5 = 30416 3.23}$$

/ يتبع في صفحة 8

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, חורף תשפ"א, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2021، رقم 035381 + ملحق

3. اشترى يزيد حاسوبًا بأقساط شهريّة، تشكّل متوالية حسابيّة.
في الشهرين الثاني والثالث دفع يزيد مبلغًا كلّيًّا قدره 512 شيكلاً.
في الشهر الرابع دفع يزيد 400 شيكل.

أ. كم شيكلاً دفع يزيد في الشهر الأوّل؟

في الشهر الأخير دفع يزيد 592 شيكلاً.

ب. بكم قسطًا اشترى يزيد الحاسوب؟

بحسب المعطيات نفهم أن يزيد دفع في الشهر الثاني والثالث معًا مبلغ 512 شيكل، وفي الشهر الرابع دفع مبلغ 400 شيكل. أي

$$\underbrace{\underbrace{a_1}_{\text{الشهر الأول}},\ \underbrace{a_2}_{\text{الشهر الثاني}},\ \underbrace{a_3}_{\text{الشهر الثالث}}}_{512},\ \underbrace{a_4}_{\text{الشهر الرابع}}$$

بما أن المتوالية حسابية إذًا:

$$a_2 = a_1 + d$$
$$a_3 = a_1 + 2d$$
$$a_4 = a_1 + 3d$$

وبالتالي يمكننا ترتيب حدود المتوالية كالتالي:

←

המשך בעמוד הבא בעמוד 9/ يتبع في صفحة 9/

IQsmart.co.il | 03-70-66-22

$\overset{512}{\overbrace{a_1+d}}$, a_1+2d , $\overset{400}{a_1+3d}$

a_1 , a_2 , a_3 , a_4

مجموع السطر الثاني والثالث هو a_1+d+a_1+2d

اي المجموع هو $2a_1+3d$

ويتحقق :-

نطرح المعادلتين

$2a+3d=512$

$-$ السطر الرابع $a_1+3d=400$

$\rightarrow a_1=512-400=112$

اذاً في السطر الاول دفع 112 شيكل.

ب - بما انه في السطر الرابع دفع 400 اذاً

$a_4=a_1+3d=400 \xrightarrow{a_1=112} 112+3d=400$

$\rightarrow 3d=400-112 \rightarrow 3d=288 \rightarrow d=\frac{288}{3} \rightarrow \boxed{d=96}$

نكتب حدود المتوالية حتى نصل الى 592 ونعدد عدد الاقساط

$\frac{400}{a_4}$, $\frac{\overset{496}{400+96}}{a_5}$, $\frac{496+96}{a_6}=592$

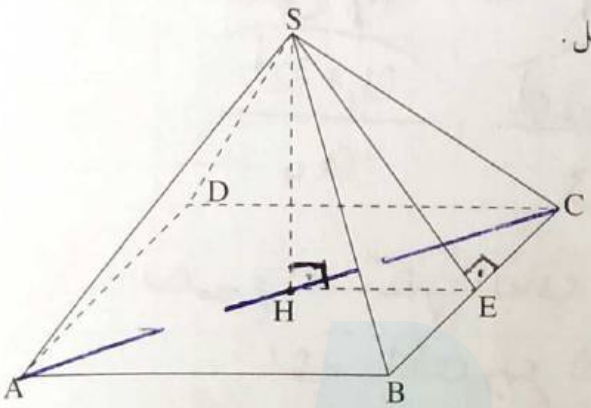
اي انه في السطر السادس دفع 592

اي ان عدد الاقساط 6

/يتبع في صفحة 10/

1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il

حساب المثلّثات



4. القاعدة ABCD في الهرم القائم والرباعيّ SABCD هي مستطيل.
SE هو ارتفاع في الوجه الجانبيّ SBC (انظر الرسم).
معطى أنّ: BC = 13 سم ، AB = 20 سم ، SE = 17 سم .

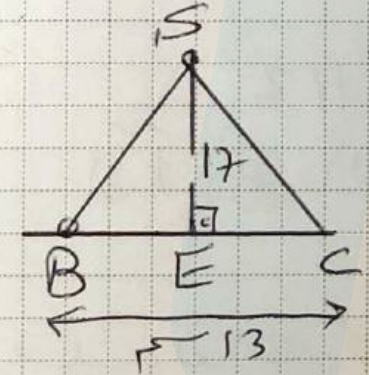
أ. جد طول قطر قاعدة الهرم.

ب. احسب ارتفاع الهرم، SH .

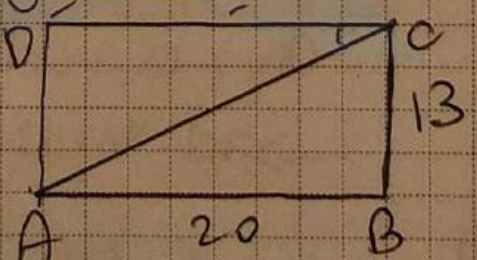
ج. احسب مقدار الزاوية التي بين ضلع جانبيّ وقاعدة الهرم.

شرح المعطيات

بحسب المعطيات SE هو ارتفاع في الوجه الجانبي SBC.
الوجه الجانبي هو مثلث متساوي الساقين SB=SC
الارتفاع في المثلث المتساوي الساقين ينصف القاعدة ولذلك BE=EC=6.5



ב. بحسب المعطيات:
القاعدة هي مستطيل قطرها هو AC.



AC ← بحسب فيثاغورس ـ
هو وتر المثلث القائم ABC
ولذلك

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 20^2 + 13^2 = 400 + 169 \rightarrow AC^2 = 569$

$\Rightarrow AC = \sqrt{569} = 23.85 \Rightarrow \boxed{AC = 23.85}$

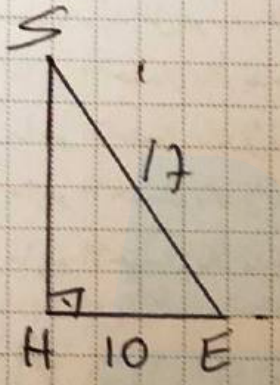
המשך בעמוד 11 / في صفحة 11

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

ب. نأخذ المثلث القائم SHE

H هي منتصف القطر AC ولذلك تقسمه الى نصفين وكذلك $HE=\frac{1}{2}AB$

في هنا: $HE=\frac{20}{2}=10$



بحسب معطيات السؤال $SE=17$

بإذن: بحسب فيثاغورس يتحقق:

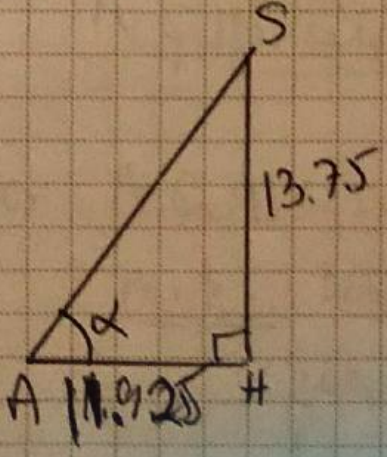
$$SE^2=HS^2+HE^2 \rightarrow 17^2=SH^2+10^2$$

$$\rightarrow 289=SH^2+100 \rightarrow 289-100=SH^2 \rightarrow 189=SH^2$$

$$\rightarrow \sqrt{189}=SH \rightarrow \boxed{13.75=SH}$$

ج - سنحسب الزاوية بين ضلع جانبي وقاعدة الهرم من خلال المثلث SHA

$$AH=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\cdot 23.85 \rightarrow \boxed{AH=11.925}$$



$$tg\alpha=\frac{13.75}{11.925}=$$

$$\boxed{\alpha=49.07}$$

/يتبع في صفحة 12/

1-700-90-66-22 | www.IQsmart.co.il

5. أمجد وداني ويوسف يرمون كرة إلى السلّة، كلّ واحد في دوره.

الاحتمال بأن يُدخِل أمجد الكرة إلى السلّة هو 0.9 . ⟸ الاحتمال ان لا يدخل الكرة = 0.1

الاحتمال بأن يُدخِل داني الكرة إلى السلّة هو 0.8 . ⟸ الاحتمال ان لا يدخل داني الكرة = 0.2

الاحتمال بأن يُدخِل يوسف الكرة إلى السلّة هو 0.7. ⟸ الاحتمال ان لا يدخل يوسف الكرة = 0.3

أ. ما هو الاحتمال بأن يُدخِل ثلاثتهم الكرة إلى السلّة؟

ب. ما هو الاحتمال بأن لا يُدخِل ثلاثتهم الكرة إلى السلّة؟

جـ. ما هو الاحتمال بأن لا يُدخِل أمجد الكرة إلى السلّة، بينما يُدخِل داني ويوسف الكرة إلى السلّة؟

د. ما هو الاحتمال بأن يُدخِل اثنان منهم بالضبط الكرة إلى السلّة؟

أ- الاحتمال ان يدخل ثلاثتهم الكرة هو: $(0.9)(0.8)(0.7) = 0.504$

ب- الاحتمال أن لا يدخل ثلاثتهم الكرة هو: $(0.1)(0.2)(0.3) = 0.006$

جـ- الاحتمال ان لا يدخل امجد الكرة: 0.1
الاحتمال أن يدخل داني الكرة: 0.8
الاحتمال أن يدخل يوسف الكرة: 0.7

الاحتمال المطلوب هو: $(0.1)(0.8)(0.7) = 0.056$

د. الاحتمال ان يدخل اثنين بالضبط له 3 امكانيات
الاولى: امجد لا يدخل في حين ان داني ويوسف يدخلون الكرة ⟸ هذا الاحتمال هو (0.056) (من البند السابق)

/يتبع في صفحة 13/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

الثانية: الاحتمال ان داني لا يدخل الكرة في حين أن احمد يدخل ويوسف يدخل.
وهذا الاحتمال هو:-
$(0.9)(0.2)(0.7) = 0.126$

الثالثة: الاحتمال ان يدخل احمد ويوسف الكرة في حين ان داني لا يدخل الكرة
وهذا الاحتمال هو:-
$(0.9)\cdot(0.8)\cdot(0.3) = 0.216$

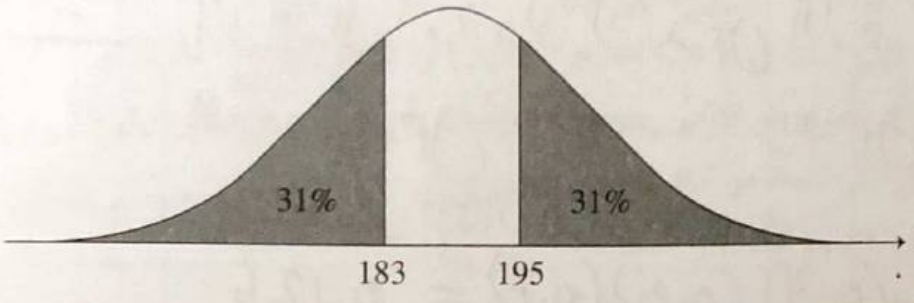
والاحتمال المطلوب هو مجموع الاحتمال للامكانيات الثلاث اي

$$\boxed{0.056 + 0.126 + 0.216 = 0.398}$$

/يتبع في صفحة 14/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

6. مدّة صلاحيّة بطّاريّات تتوزّع طبيعيًّا. تُقاس مدّة الصلاحيّة بالساعات. أمامك رسم بيانيّ يصف توزيع مدّة صلاحيّة البطّاريّة.



أ. (1) جد معدّل مُدَد صلاحيّة البطّاريّات.

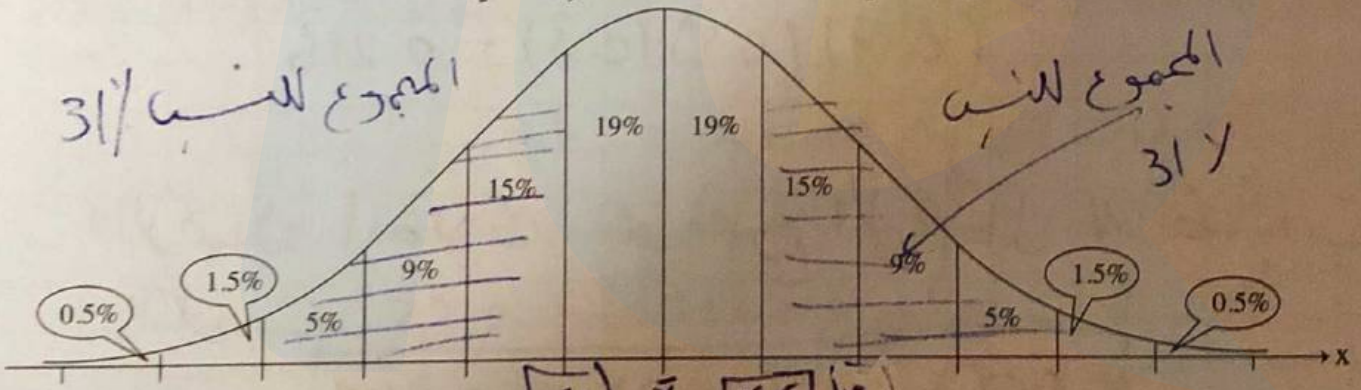
(2) جد الانحراف المعياريّ.

ب. (1) ما هي النسبة المئويّة للبطّاريّات التي مدّة صلاحيّتها أكثر من 171 ساعة؟

(2) اشترى أحد المصانع 1,000 بطّاريّة.

حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطّبيعيّ، مدّة صلاحيّة كم منها هي أكثر من 171 ساعة؟

أمامك الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ من لائحة القوانين. استعِن به في حساباتك.



المجموع للنسب 31%

المجموع للنسب 31%

$-\frac{s}{2}$ $+\frac{s}{2}$

②+①(؟)

لحساب المعطيات ـ ال 195 تبعد عن المعدل $\frac{s}{2}$ الى اليمين

وايضًا 183 تبعد عن المعدل $\frac{s}{2}$ الى اليسار

وبالتالي نتحقق:

$183+\frac{s}{2}+\frac{s}{2}=195$

$s=195-183 \rightarrow 12 \rightarrow \boxed{s=12}$

/ يتبع في صفحة 15

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, חורף תשפ"א, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2021، رقم 035381 + ملحق

وبالتالي المعدل هو:

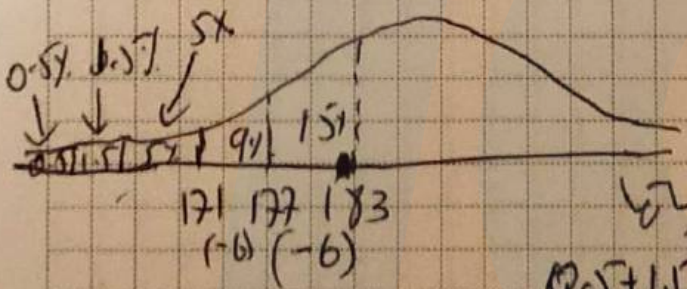
$$\bar{X}+\frac{S}{2}=193$$

$$\bar{X}+\frac{12}{2}=193 \rightarrow \bar{X}+6=193 \rightarrow \bar{X}=193-6$$

$$\boxed{\bar{X}=189}$$

اذاً معدل مدة صلاحية البطاريات هو 189 ساعة
والانحراف المعياري $\boxed{S=12}$

ب.1) نجد اين تقع البطاريات التي مدة صلاحيتها 171 ساعة



ونجد نستنتج
ومن الرسم نستنتج أن
نسبة البطاريات التي مدة صلاحيتها
اقل من 171 هي $0.5+1.5+5=7\%$
وبالتالي التي اكبر هي $\boxed{93\%}$ ← $100\%-7\%$

ب.2) بهذه البند ب.1 علمنا، 93% من البطاريات مدة صلاحيتها اكبر من 171 ساعة وهذا العدد من بين 1000 بطارية يشكل

$$\frac{93}{100}\cdot 1000=\boxed{930}$$

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il