מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"א, 2021
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: شتاء 2021
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך —
20×5 = 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:

في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
عليك الإجابة عن خمسة أسئلة حسب اختيارك.
20×5 = 100 درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

اكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تستعملها مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

أجب عن خمسة من الأسئلة 1-8 (لكلّ سؤال – 20 درجة).
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفترك.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. ساعِيا بريد، أيمن وباسم، خَرَجا في الساعة 8:00 الواحد باتّجاه الآخر كي يُسلِّما طردًا. خرج أيمن من المدينة A، وخرج باسم من المدينة B.

بعد أن قطع أيمن $\frac{1}{6}$ الطريق باتّجاه المدينة B، اكتشف أنّه نسي الطرد في المدينة A. عاد أيمن إلى المدينة A، أخذ الطرد، ومباشرةً خرج مرّة ثانية باتّجاه المدينة B. سافر أيمن طوال الوقت بسرعة ثابتة.
سافر باسم هو أيضًا بسرعة ثابتة، وكانت أعلى بِـ 20% من سرعة سفر أيمن.
التقى باسم وأيمن في نقطة تقع على بُعد 75 كم عن المدينة A.

أ. جد طول الطريق بين المدينتين.

سافر أيمن وباسم في شوارع خارج المدن، التي سرعة السفر المسموحة فيها هي من 50 حتّى 110 كم/الساعة.
سافر أيمن وكذلك باسم بسرعة مسموح بها.

ب. (1) هل يمكن أن يكون أيمن وباسم قد التقيا في الساعة 9:40 ؟ علّل.

(2) هل يمكن أن يكون أيمن وباسم قد التقيا في الساعة 10:00 ؟ علّل.

/يتبع في صفحة 3/

2. a_n هي متوالية هندسيّة لانهائيّة أساسها هو q .
معطى أنّ: $0 < a_1$ ، $0 < q < 1$.
b_n هي متوالية هندسيّة لانهائيّة تصاعديّة أساسها هو r .
معطى أنّ: $b_1 = a_6$.
المتوالية c_n معرَّفة على النحو التالي: $c_n = \frac{a_{n+5}}{b_n}$.

أ. فسّر لماذا جميع حدود المتواليات a_n وَ b_n وَ c_n هي موجبة.

ب. برهن أنّ c_n هي متوالية هندسيّة، وَجِد c_1 .

جـ. **(1)** فسّر لماذا أساس المتوالية c_n هو أكبر من 0 وأصغر من 1 .

(2) معطى أنّ: مجموع المتوالية c_n هو $\frac{6}{5}$ ، $\frac{b_2}{a_8} = 18$.
جد q وَ r .

3. الاحتمال بأن يكون شَعْرٌ أجعد لطفل يولد في أسرة إبراهيم هو x .
الاحتمال بأن تكون عَيْنان بُنّيّتان لطفل يولد في أسرة إبراهيم هو $2x$.
الاحتمال بأن تكون عَيْنا طفل يولد في أسرة إبراهيم بُنّيّتين، إذا عُلم أنّ شعره أجعد، هو أقلّ بـ 1.5 ضعف من الاحتمال بأن لا يكون شعره أجعد، إذا عُلم أنّ عيْنَيه بُنّيّتان.
يزيد هو أحد الأطفال في أسرة إبراهيم.

أ. **(1)** بيّن أنّ الاحتمال بأن تكون عَيْنا يزيد بُنّيّتين وشعره أجعد هو $\frac{1}{2}x$.

(2) جد الاحتمال بأن يكون شعر يزيد أجعد، إذا عُلم أنّ عيْنَيه بُنّيّتان.

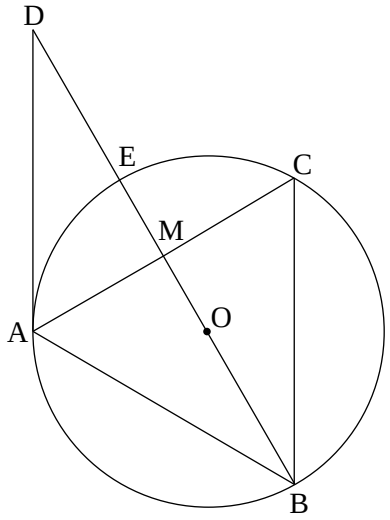
ب. **(1)** عبّر بدلالة x عن الاحتمال بأن يكون شعر يزيد غير أجعد وكذلك عَيْناه غير بُنّيّتين.

(2) معطى أنّ: $x = 0.2$.
وُلد في أسرة إبراهيم أربعة أطفال بالضبط.
ما هو الاحتمال بأن يكون على الأقلّ، لثلاثة من أربعة الأطفال في أسرة إبراهيم شعر أجعد وعَيْنان بُنّيّتان؟

/يتبع في صفحة 4/

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. المستقيم AD يمسّ دائرة في النقطة A .



النقطة B تقع على محيط الدائرة بحيث تمرّ القطعة BD عبر مركز الدائرة، O ، وتقطع الدائرة في نقطة إضافيّة، E .

النقطة C تقع على محيط الدائرة بحيث $BC \parallel AD$.

المستقيمان BD وَ AC يتقاطعان في النقطة M (انظر الرسم).

أ. برهن أنّ: $AB = AC$.

معطى أنّ: AE يُنصِّف الزاوية MAD .

ب. برهن أنّ: $BM \perp AC$.

جـ. برهن أنّ طول القطعة AE يساوي نصف قطر الدائرة.

د. برهن أنّ ABCD هو معيَّن.

5. ABC هو مثلّث منفرج الزاوية ($\sphericalangle BAC > 90^o$).

معطى أنّ: $AB + AC = 4a$ (a هو پارامتر)،

$AB : AC = 3 : 5$ ،

مساحة المثلّث ABC هي $\frac{15\sqrt{3}}{16}a^2$.

أ. **(1)** احسب مقدار الزاوية BAC .

(2) احسب مقدارَي الزاويتين ABC وَ ACB .

في الدائرة التي تحصر المثلّث ABC يمكن حصر مخمَّس منتظم مساحته 100.

ب. احسب a .

/يتبع في صفحة 5/

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)=6x(x^3-1)^3$ ، المعرَّفة لكلّ x .

أجب عن البنود "أ – جـ" . إذا دعت الحاجة، أَبْقِ في إجاباتك رقمين بعد الفاصلة العشريّة.

أ. **(1)** ما هي إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين؟

(2) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّد نوع هذه النقاط
(إذا وُجدت مثل هذه النقاط) .

(3) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

(4) بالنسبة لأيّة قيَم لِـ k ، المستقيم $y=k$ يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ؟

ب. معطاة المعادلة $6x(x^3-1)^3=m$. m هو پارامتر.
اعتمِد على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ، وحدِّد بالنسبة لأيّة قِيَم m يوجد للمعادلة المعطاة بالضبط حلّان موجبان مختلفان، وبالنسبة لأيّة قِيَم m يوجد لها حلّ واحد سالب وحلّ واحد موجب.
علّل إجابتَيْك.

جـ. استعِن برسم، وحدِّد هل يوجد $a>0$ بالنسبة له يحصل التكامل $\int_0^a f(x)\,dx$ على قيمة صغرى.
إذا كان يحصل، ما هي هذه القيمة لِـ a ؟ علّل إجابتك.

/يتبع في صفحة 6/

7. معطاة الدالّة $f(x)=2\sin^2 x-1$ ، المعرَّفة لكلّ x .

أجب عن البنود "أ – جـ" بالنسبة للمجال $-\pi \le x \le \pi$.

أ. (1) بيّن أنّ الدالّة $f(x)$ هي دالّة زوجيّة.

(2) جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(3) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّد نوع هذه النقاط.

معطاة الدالّة $g(x)=\dfrac{\cos 2x(1-\sin x)}{\sin x-1}$.

ب. (1) ما هو مجال تعريف الدالّة $g(x)$ ؟

(2) بالنسبة لأيّة قِيَم x $f(x)=g(x)$ ؟ علّل.

(3) هل توجد للدالّة $g(x)$ خطوط تقارب عموديّة؟ علّل.

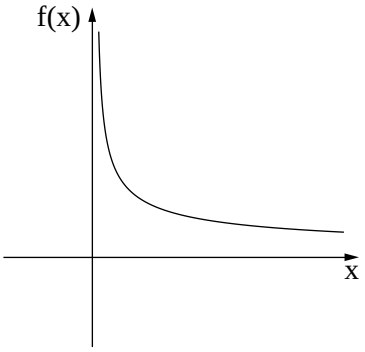
(4) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$.

جـ. معطاة الدالّة $h(x)=-f(x)+b$ (b هو پارامتر)، التي مجال تعريفها مطابق لمجال تعريف الدالّة $f(x)$.

معطى أنّ: $\int_{-\pi}^{0} h(x)\,dx=\frac{3\pi}{2}$. جد قيمة الپارامتر b .

/يتبع في صفحة 7/

8. الرسم الذي أمامك يصف الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)=\frac{4}{\sqrt{x}}$ ،
التي مجال تعريفها هو $x>0$.



من بين جميع النقاط التي على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ،
النقطة A هي الأقرب من نقطة أصل المحاور، O .

أ. **(1)** جد إحداثيّات النقطة A .

(2) هل المستقيم AO يعامد المستقيم الذي يمسّ
الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في النقطة A ؟ علّل.

معطاة الدالّة $g(x)=-f(-x)$ ، المعرَّفة في المجال $x<0$.
أجب عن البند "ب" بالنسبة للمجال $-4\le x\le -1$.

ب. (1) من بين جميع النقاط التي تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في المجال المعطى،
ما هي إحداثيّات النقطة الأقرب من نقطة أصل المحاور؟

(2) جد إحداثيّات النقطة الأبعد عن نقطة أصل المحاور، من بين جميع النقاط التي تقع على الرسم
البيانيّ للدالّة $g(x)$ في المجال المعطى.

ב ה צ ל ח ה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.